

# 参考答案

## 第五章 二次函数

### 第1课时 二次函数

**[要点感知]** 1.  $\neq 0 = 0 \neq 0 = 0 \neq 0 = 0$  2. 任意实数

**[当堂反馈]** 1. D 2. C 3. A 4. D 5. B 6. B 7. C 8. B 9. C 10. ① $y=3x-1$  为一次函数; ② $y=3x^2-1$  为二次函数; ③ $y=3x^3+2x^2$  自变量次数为 3, 不是二次函数; ④ $y=2x^2-2x+1$  为二次函数; 故是二次函数的有 2 个.

**[巩固提升]** 11. A 12. D 13. -3, 0 14.  $m=-1$

15.  $\pm\sqrt{2}$  或  $\pm\sqrt{3}$  或  $\pm 2$  或 -1 16. ①②③ 17.  $a(1+x)^2$

18.  $S=(24-3x)x$   $4 \leqslant x \leqslant 8$  19. 解: 由题意得:  $y=(80-x)(60-x)=x^2-140x+4800$  ( $0 < x < 60$ ), 所以函数关系式为  $y=x^2-140x+4800$  ( $0 < x < 60$ ). 20. 解: (1) 已知大矩形的一边长为  $x$  cm, 则另一边长为  $\frac{1}{2}(60-3x)$  cm, 则  $y=x \cdot \frac{1}{2}(60-3x)$ , 化简可得  $y=-\frac{3}{2}x^2+30x$ ,  $y$  是  $x$  的二次函数; (2) 当边长  $x=6$  cm 时, 大矩形的面积是  $y=-\frac{3}{2} \times 6^2 + 30 \times 6=126$  (cm<sup>2</sup>).

21. 解: (1)  $\because y=y_1+y_2$ ,  $y_1$  与  $x^2$  成正比,  $y_2$  与  $x-2$  成正比,  $\therefore$  设  $y_1=k_1x^2$ ,  $y_2=k_2(x-2)$ .  $\therefore y=k_1x^2+k_2(x-2)$ .  $\because$  当  $x=1$  时,  $y=1$ ; 当  $x=-1$  时,  $y=-5$ ,  $\therefore \begin{cases} k_1-k_2=1 \\ k_1-3k_2=-5 \end{cases}$ , 解得

$k_1=4$ ,  $k_2=3$ .  $\therefore y=4x^2+3(x-2)=4x^2+3x-6$ . 即  $y$  与  $x$  的函数关系式是:  $y=4x^2+3x-6$ ; (2) 当  $x=0$  时,  $y=4 \times 0^2 + 3 \times 0 - 6 = -6$ . 即  $x=0$  时,  $y$  的值是 -6.

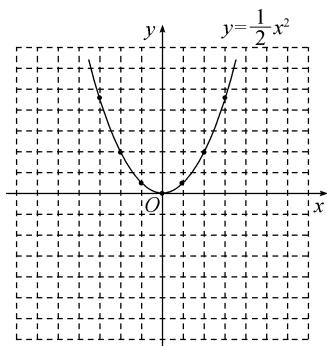
### 第2课时 二次函数的图像和性质(1)

**[要点感知]** 1. 列表 描点 2.  $y$  原点 不同

**[当堂反馈]** 1. D 2. C 3. C 4. C 5. C 6. 解:(1)

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y=\frac{1}{2}x^2$	...	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	...

(2) 如图所示:

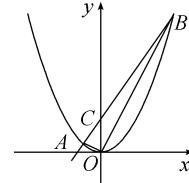


(3) 如图所示: 当  $x>0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大.

**[巩固提升]** 7. 4 8.  $m>1$  9. (1)  $-\frac{9}{4}$  (2)  $\pm 2\sqrt{2}$

(3)  $-9 < y \leqslant 0$  (4)  $-2 < x < -1$  或  $1 < x < 2$ . 10.  $\frac{3}{4}$

11. 解: 函数图像如图所示, 点  $A(-1, 1)$ ,  $B(3, 9)$ , 设直线  $y=2x+3$  与  $y$  轴交点为  $C$ , 则  $C(0, 3)$ ,  $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$ .

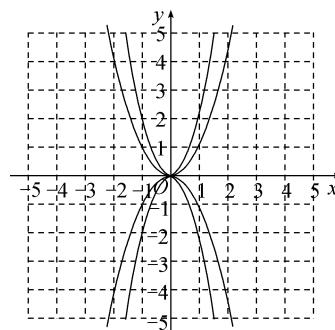


12. 解: 当  $x=-1$  时,  $y=\frac{1}{2}$ , 故  $A(-1, \frac{1}{2})$  在函数图像上;

当  $x=-\frac{1}{2}$  时,  $y=\frac{1}{8}$ , 故  $B(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$  不在函数图像上; 当  $x=0$  时,  $y=0$ , 故  $C(0, -1)$  不在函数图像上; 当  $x=2$  时,  $y=2$ , 故  $D(2, 2)$  在函数图像上. 13. 解: 列表如下:

$x$	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=2x^2$	8	2	0	2	8
$y=-x^2$	-4	-1	0	-1	-4
$y=-2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

描点: 以表中的数据作为点的坐标在平面直角坐标系中描出, 连线: 用平滑的线连接, 如图所示:



由图像可知:  $a$  的绝对值相同, 两条抛物线的形状就相同;  $|a|$  越大, 开口越小.

### 第3课时 二次函数的图像和性质(2)

**[要点感知]** 1. 原点  $y$  轴 上 低 下 高 2. (1) 减小 增大 0 (2) 增大 减小 0

**[当堂反馈]** 1. D 2. B 3. D 4. B 5. C 6. C 7. D 8. C 9. B 10. ①③.

**[巩固提升]** 11. B 12. 向上  $y$  轴  $(0,0)$  13. -3

14.  $\frac{1}{3}$  15.  $>0$   $<0$  16. -1 17.  $-\frac{4}{3}$  18. 2

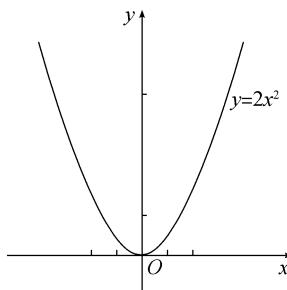


19. 解:(1) 把A点(3,6)代入抛物线 $y=ax^2$ ,解得 $a=\frac{2}{3}$ ,则

B点坐标为(-3,6);(2)  $S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}OC \cdot y_A=\frac{1}{2} \times 5 \times 6=15$ .

20. 解:(1) 根据题意设抛物线解析式为 $y=ax^2$ ,把(-1,2)代入得: $a=2$ ,则二次函数解析式为 $y=2x^2$ ;(2) 画出函数图像,如图所示;

$x$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=2x^2$	...	8	2	0	2	8	...



(3) 当 $x>0$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大;(4) 函数的最小值为

0,没有最大值.

21. 解:(1) ∵把点(-2,4)代入直线AB: $y=kx+3$ ,解得 $k=-\frac{1}{2}$ ,∴直线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$ .

联立方程得 $\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}x+3$ ,解得: $x=-3$ 或 $x=2$ . ∴点A的坐标为 $(-3, \frac{9}{2})$ ,点B的坐标为 $(2, 2)$ ;(2) 过点P作

PQ//y轴,交AB于点Q,过点A作AM⊥PQ,垂足为M,过点B作BN⊥PQ,垂足为N,如图1所示.

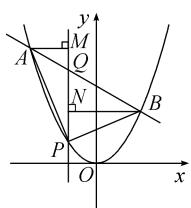


图 1

设点P的横坐标为 $a$ ,则点Q的横坐标为 $a$ . ∴ $y_P=\frac{1}{2}a^2$ ,

$y_Q=-\frac{1}{2}a+3$ . ∵点P在直线AB下方,∴ $PQ=y_Q-y_P=$

$-\frac{1}{2}a+3-\frac{1}{2}a^2$ . ∵ $AM+NB=a-(-3)+2-a=5$ .

$\therefore S_{\triangle APB}=S_{\triangle APQ}+S_{\triangle BPQ}=\frac{1}{2}PQ \cdot AM+\frac{1}{2}PQ \cdot BN=\frac{1}{2}PQ \cdot$

$(AM+BN)=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}a+3-\frac{1}{2}a^2\right) \cdot 5=5$ . 整理得: $a^2+a-2=0$ ,解得: $a_1=-2$ , $a_2=1$ . 当 $a=-2$ 时, $y_P=\frac{1}{2} \times (-2)^2=2$ . 此时点P的坐标为(-2,2). 当 $a=1$ 时, $y_P=\frac{1}{2} \times 1^2=\frac{1}{2}$ . 此时点P的坐标为 $(1, \frac{1}{2})$ . ∴符合要求的点P的坐标为(-2,2)或 $(1, \frac{1}{2})$ .

#### 第4课时 二次函数的图像和性质(3)

[要点感知] 左半部分表格:向上 向下 y轴 (0,0) 向上 向下 y轴 (0,c) 向上 向下 直线 $x=-h$  (-h,0) 右半部分表格:上 c 下 |c| 左 h 右 |h|

[当堂反馈] 1. A 2. C 3. C 4. C 5. C 6. B 7. D

8. 解:(1) 令 $y=0$ ,则 $-\frac{3}{4}x^2+3=0$ ,解得 $x=\pm 2$ ,所以,点

B的坐标为(2,0),代入 $y=-\frac{3}{4}x+b$ 得, $-\frac{3}{4} \times 2+b=0$ ,解

得 $b=\frac{3}{2}$ ,所以,直线BC的解析式为 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$ ;(2) 联

立 $\begin{cases} y=-\frac{3}{4}x^2+3 \\ y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{2} \end{cases}$ ,解得 $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=0 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=\frac{9}{4} \end{cases}$ ,所以,点C的坐

标为 $(-1, \frac{9}{4})$ ,∴ $AB=2-(-2)=2+2=4$ ,∴ $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{9}{4}=\frac{9}{2}$ .

[巩固提升] 9.  $y=x^2-2$  10.  $y=x^2+4x+4$  11.  $y=\frac{1}{3}x^2-2$  12.  $y=-2x^2-4$  13. 上 5 14.  $y=-2(x-1)^2$

15.  $x=1$  16.  $2\sqrt{3}$  17. ∵ $a=1-\sqrt{2}<0$ ,∴抛物线 $y=(1-\sqrt{2})(x+1)^2$ 的开口向下,对称轴为直线 $x=-1$ ,顶点坐标为(-1,0);当 $x>0$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小.

18. 解:(1) 一条抛物线的开口方向和形状大小与抛物线 $y=-8x^2$ 都相同,并且它的顶点在抛物线 $y=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$ 的顶点上,这条抛物线的

解析式为: $y=-8\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$ ; (2) 将(1)中的抛物线向左平移

5个单位后得到的抛物线的解析式为: $y=-8\left(x+\frac{13}{2}\right)^2$ ;

(3)(2)中所求抛物线绕顶点旋转 $180^\circ$ ,旋转后的抛物线的解析式 $y=8\left(x+\frac{13}{2}\right)^2$ .

19. 解:(1) ∵抛物线 $y=ax^2+1$ 经过点

A(4,-3),∴ $-3=16a+1$ ,∴ $a=-\frac{1}{4}$ ,∴抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{4}x^2+1$ ,顶点B(0,1).

(2) ①当P点运动到A点处时, $\therefore PO=5, PH=5, \therefore PO=PH$ . ②结论:PO=PH. 理由:设点P

坐标 $(m, -\frac{1}{4}m^2+1)$ , $\therefore PH=2-\left(-\frac{1}{4}m^2+1\right)=\frac{1}{4}m^2+1$ ,

$PO=\sqrt{m^2+\left(-\frac{1}{4}m^2+1\right)^2}=\frac{1}{4}m^2+1$ , $\therefore PO=PH$ .

(3) ∵ $BC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ , $AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ , $AB=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ , $\therefore BC=AC$ , $\therefore PO=PH$ ,又∵以P,O,H为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, $\therefore PH$ 与BC,PO与AC是对应边,

$\therefore \frac{PH}{HO}=\frac{BC}{BA}$ ,设点P $(m, -\frac{1}{4}m^2+1)$ , $\therefore \frac{\frac{1}{4}m^2+1}{\sqrt{m^2+4}}=\frac{\sqrt{10}}{4\sqrt{2}}$ ,解得

$m=\pm 1$ , $\therefore$ 点P坐标 $(1, \frac{3}{4})$ 或 $(-1, \frac{3}{4})$ .



## 第5课时 二次函数的图像和性质(4)

**[要点感知]** 1. 抛物线  $(-h, k)$   $(-h, k)$  2. (1) 上  
 $-h$  小  $k$  (2) 下  $-h$  大  $k$

**[当堂反馈]** 1. C 2. A 3. B 4. B 5. C 6. B 7. C

8. D 9. 解:(1) ∵二次函数  $y=a(x-h)^2+\sqrt{3}$  的图像经过原点  $O(0,0)$ ,  $A(2,0)$ . 解得:  $h=1$ ,  $a=-\sqrt{3}$ , ∴抛物线的对称轴为直线  $x=1$ ; (2) 点  $A'$  是该函数图像的顶点. 理由如下: 作  $A'B \perp x$  轴于点  $B$ , ∵线段  $OA$  绕点  $O$  逆时针旋转  $60^\circ$  到  $OA'$ , ∴ $OA'=OA=2$ ,  $\angle A'OA=60^\circ$ , 在  $Rt\triangle A'OB$  中,  $\angle OA'B=30^\circ$ , ∴ $OB=\frac{1}{2}OA'=1$ , ∴ $A'B=\sqrt{3}OB=\sqrt{3}$ , ∴ $A'$  点的坐标为  $(1, \sqrt{3})$ , ∴点  $A'$  为抛物线  $y=-\sqrt{3}(x-1)^2+\sqrt{3}$  的顶点.

**[巩固提升]** 10.  $y_2 < y_1 < y_3$  11.  $y=2(x+1)^2-3$

12.  $y=3(x+3)^2-3$  13.  $y=2x^2+8x+5$  14.  $y=-x-2$

15.  $y=-2(x-1)^2+4$  16. 解:(1) 抛物线  $y=2(x-1)^2-8$  的顶点坐标为  $(1, -8)$ , 对称轴为直线  $x=1$ ; (2) 当  $x>1$  时,  $y$  随  $x$  增大而增大. 17. 解:(1) ∵抛物线  $y=a(x-3)^2+2$  经过点  $(1, -2)$ , ∴ $-2=a(1-3)^2+2$ , 解得  $a=-1$ ; (2) ∵函数  $y=-(x-3)^2+2$  的对称轴为  $x=3$ , ∴ $A(m, y_1)$ ,  $B(n, y_2)$  ( $m < n < 3$ ) 在对称轴左侧, 又 ∵抛物线开口向下, ∴对称轴左侧  $y$  随  $x$  的增大而增大, ∵ $m < n < 3$ , ∴ $y_1 < y_2$ .

18. 解:(1) 当  $a=0$  时,  $y=x^2$ , 顶点坐标为  $(0, 0)$ , 当  $a=1$  时,  $y=(x-1)^2+\frac{1}{2}$ , 顶点坐标为  $(1, \frac{1}{2})$ , 设直线  $l$  的解析式为  $y=kx$ , 把点

$(1, \frac{1}{2})$  代入得  $k=\frac{1}{2}$ , 所以直线  $l$  的解析式为  $y=\frac{1}{2}x$ ;

(2) 因为点  $P(2, 4)$  在抛物线  $y=x^2$  上, 顶点为  $(6, 3)$  的抛物线解析式为  $y=(x-6)^2+3$ , 而抛物线  $y=x^2$  向上平移 3 个单位, 向右平移 6 个单位得到  $y=(x-6)^2+3$ , 所以点  $P(2, 4)$  向上平移 3 个单位, 向右平移 6 个单位得到  $P_1$  的坐标为  $(8, 7)$ ; (3)  $OP=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$ , 设平移后点的坐标为  $(t, \frac{1}{2}t)$ , 所以  $t^2+(\frac{1}{2}t)^2=(2\sqrt{5})^2$ , 解得  $t=\pm 4$ , 则平移后点的坐标为  $(4, 2)$  或  $(-4, -2)$ , 所以此时的二次函数的解析式为  $y=(x-4)^2+2$  或  $y=(x+4)^2-2$ .

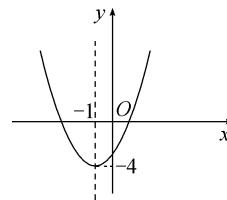
## 第6课时 二次函数的图像和性质(5)

**[要点感知]** 1. (1) 抛物线  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$  (2)  $-\frac{b}{2a}$  小  $\frac{4ac-b^2}{4a}$   $-\frac{b}{2a}$  大  $\frac{4ac-b^2}{4a}$  2.  $\frac{b}{2a}$   $\frac{4ac-b^2}{4a}$

**[当堂反馈]** 1. C 2. C 3. B 4. A 5. D 6. D 7. B 8. B 9. 解:(1)  $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$ , 即顶点为  $(-1, -4)$ , 列表得:

$x$	-3	-2	-1	0	1
$y$	0	-3	-4	-3	0

描点; 连线, 函数图像如图:



(2) ∵抛物线的顶点为  $(-1, -4)$ , ∴若要无论  $x$  取何值, 函数值都不可能为负数, 则图像至少应向上平移 4 个单位; (3) ∵ $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$ , ∴原抛物线的顶点坐标为  $(-1, -4)$ , 令  $x=0$ , 则  $y=-3$ , ∴抛物线与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, -3)$ , ∵抛物线绕其与  $y$  轴的交点旋转  $180^\circ$ , ∴所得抛物线的顶点坐标为  $(1, -2)$ , ∴所得抛物线的解析式为  $y=-(x-1)^2-2$ .

**[巩固提升]** 10.  $x=1$  11.  $(-1, 2)$  12.  $y_1 < y_2$

13. ①③④ 14.  $y_1 > y_3 > y_2$  15.  $>$  16.  $-1$  17. 4

18. D 19. 解:(1)  $y=-2x^2+4x+3=-2(x-1)^2+5$ , 所以抛物线的顶点坐标为  $(1, 5)$ , 对称轴为直线  $x=1$ ; (2) 当  $x>1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小; (3) 因为平移后的抛物线过原点, 所以设平移后的抛物线解析式为  $y=-2x^2+bx$ , 解方程  $-2x^2+bx=0$  得  $x_1=0$ ,  $x_2=\frac{b}{2}$ , 所以平移后的抛物线与  $x$  轴的交点坐标为  $(0, 0)$ ,  $(\frac{b}{2}, 0)$ , 所以  $|\frac{b}{2}|=4$ , 解得  $b=8$  或  $-8$ , 所以平移后的抛物线解析式为  $y=-2x^2+8x$  或  $y=-2x^2-8x$ . 20. 解:(1) 依题意, 选择点  $(1, 1)$  作为抛物线的顶点, 二次项系数是 1, 根据顶点式得:  $y=x^2-2x+2$ ; (2) ∵定点抛物线的顶点坐标为  $(b, c+b^2+1)$ , 且  $-1+2b+c+1=1$ , ∴ $c=1-2b$ , ∵顶点纵坐标  $c+b^2+1=2-2b+b^2=(b-1)^2+1$ , ∴当  $b=1$  时,  $c+b^2+1$  最小, 抛物线顶点纵坐标的值最小, 此时  $c=-1$ , ∴抛物线的解析式为  $y=-x^2+2x$ .

## 第7课时 二次函数的图像和性质(6)

**[要点感知]** 1. 待定系数法 方程 方程组 2.  $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$   $y=a(x+h)^2+k(a \neq 0)$

**[当堂反馈]** 1. A 2. D 3. D 4. D 5.  $y=-x^2+2x+3$  6.  $y=-x^2-2x+3$  7.  $y=(x-1)(x-5)=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$ , ∴可得点  $B$  坐标为  $(5, 0)$ , 点  $P$  坐标为  $(3, -4)$ , 又 ∵四边形  $ABCP$  是平行四边形, ∴点  $C$  坐标为  $(7, -4)$ , 设函数解析式为:  $y=a(x+b)^2+c$ , 则可得:

$$\begin{cases} a(5+b)^2+c=0 \\ a(3+b)^2+c=-4 \\ a(7+b)^2+c=-4 \end{cases}$$

解得:  $\begin{cases} a=-1 \\ b=-5 \\ c=0 \end{cases}$ , ∴函数解析式为:  $y=-(x-5)^2$ .

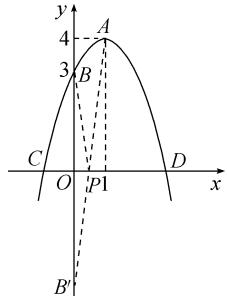
**[巩固提升]** 8.  $-1$  或  $3$  9.  $y=x^2+\frac{3}{2}x-1$  10.  $y=-(x+1)^2+3$  或  $y=(x+1)^2+3$  11.  $y=-\frac{5}{4}x^2+\frac{15}{4}x+5$  12. ∵二次函数图像的顶点坐标为  $(1, -1)$ , ∴可设为  $y=a(x-1)^2-1$ , 当  $x=0$  时,  $y=0$ , ∴ $0=a(0-1)^2-1$ ,  $a=1$ , 所求函数解析式为  $y=(x-1)^2-1$ . 13. 设所求的解析式为



$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ , 由题意得  $\begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ a+b+c=4 \end{cases}$ , 解之得

$$\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases}, \therefore \text{解析式为 } y=-x^2+2x+3.$$

14. (1) ∵ 抛物线的顶点为  $A(1,4)$ , ∴ 设抛物线的解析式  $y=a(x-1)^2+4$ , 把点  $B(0,3)$  代入得  $a+4=3$ , 解得  $a=-1$ , ∴ 抛物线的解析式为  $y=-(x-1)^2+4$ ; (2) 点  $B$  关于  $x$  轴的对称点  $B'$  的坐标为  $(0,-3)$ ,



由轴对称确定最短路线问题, 连接  $AB'$  与  $x$  轴的交点即为点  $P$ , 设直线  $AB'$  的解析式为  $y=kx+b(k\neq 0)$ , 则  $\begin{cases} k+b=4 \\ b=-3 \end{cases}$ , 解

得  $\begin{cases} k=7 \\ b=-3 \end{cases}$ , ∴ 直线  $AB'$  的解析式为  $y=7x-3$ , 令  $y=0$ , 则  $7x-3=0$ , 解得  $x=\frac{3}{7}$ , 所以, 当  $PA+PB$  的值最小时的点  $P$  的坐标为  $(\frac{3}{7}, 0)$ .

### 第8课时 二次函数与一元二次方程(1)

[要点感知] 1. (1) 两不相等 (2) 两相等 (3) 没有  
2. 图像  $x$  轴

[当堂反馈] 1. C 2. D 3. C 4. C 5. C 6. B 7. B  
8. 由题意得: ①当  $m=-4$ ,  $\Delta=0$ , 抛物线与  $x$  轴有一个交点;

②当  $m=-3$  时, 函数为一次函数  $y=x-\frac{3}{4}$  与  $x$  轴也有一个交点, 从而正确答案应为:  $m\geqslant -4$ .

[巩固提升] 9.  $x_1=x_2=1$  10. B 11. -1

12.  $x_1=1.6$ ,  $x_2=4.4$  13. -4, -3, 0, 1 14.  $-5 < m < 1$   
或  $m=\frac{9}{8}$  15. 由题意可知  $b^2-4ac\geqslant 0$ , 得  $[-(k+1)]^2-4\times$

$1\times(\frac{1}{4}k^2+2)\geqslant 0$ , 解得:  $k\geqslant \frac{7}{2}$ . 16. (1) 证明: ①当  $k=0$  时, 方程为  $x+2=0$ , 所以  $x=-2$ , 方程有实数根, ②当  $k\neq 0$  时,  $\because \Delta=(2k+1)^2-4k\times 2=(2k-1)^2\geqslant 0$ , 即  $\Delta\geqslant 0$ , ∴ 无论  $k$  取任何实数时, 方程总有实数根; (2) 解: 令  $y=0$ , 则  $kx^2+(2k+1)x+2=0$ , 解关于  $x$  的一元二次方程, 得  $x_1=-2$ ,  $x_2=-\frac{1}{k}$ , ∵ 二次函数的图像与  $x$  轴两个交点的横坐标均为整数, 且  $k$  为正整数, ∴  $k=1$ . ∴ 该抛物线解析式为  $y=x^2+3x+2$ , 由图像得到: 当  $y_1>y_2$  时,  $a>1$  或  $a<-4$ ; (3) 依题意

得  $kx^2+(2k+1)x+2-y=0$  恒成立, 即  $k(x^2+2x)+x-y+2=0$  恒成立, 则  $\begin{cases} x^2+2x=0 \\ x-y+2=0 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$ , 或  $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$ . 所以该抛物线恒过定点  $(0,2)$ ,  $(-2,0)$ .

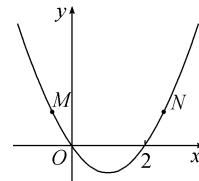
### 第9课时 二次函数与一元二次方程(2)

[要点感知] 近似值  $y=ax^2+bx+c$

[当堂反馈] 1. B 2. B 3. B 4. C 5. C 6. 2 或 8

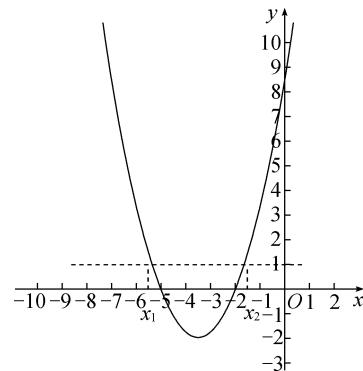
7. (1)  $a>0$  且  $b^2-4ac<0$ ; (2)  $a<0$  且  $b^2-4ac<0$ .

8. 解: (1) 如下图,  $y=x^2-2x=(x-1)^2-1$ , 作出顶点, 作出与  $x$  轴的交点, 图像光滑.



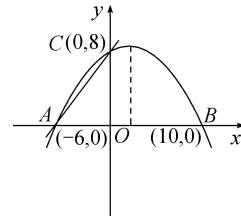
(2) 正确作出点  $M$ ,  $N$ ; (3) 写出方程的根为 -0.4, 2, 4.

[巩固提升] 9. 1.  $1 < x < 1.2$  10. C 11.  $-1 < x_1 < 0$  和  $2 < x_2 < 3$  12. 3 13. 3 14. 一元二次方程  $x^2+7x+9=1$  的根是二次函数  $y=x^2+7x+9$  图像中  $y=1$  时, 所对应的  $x$  的值; 当  $y=1$  时,  $x^2+7x+9=1$ , ∴ 作出二次函数  $y=x^2+7x+9$  的图像如图,



由图中可以看出, 当  $y=1$  时,  $x\approx -5.6$  或  $-1.4$ , ∴ 一元二次方程  $x^2+7x+9=1$  的根为  $x_1\approx -5.6$ ,  $x_2\approx -1.4$ . 15. 根据  $OC$  长为 8 可得一次函数中的  $n$  的值为 8 或 -8.

分类讨论: (1) 解法 1:  $n=8$  时, 易得  $A(-6,0)$  如图:



∴ 抛物线过  $A$ ,  $C$  两点, 且与  $x$  轴交点  $A$ ,  $B$  在原点两侧

∴ 抛物线开口向下, 则  $a<0$

∴  $AB=16$ , 且  $A(-6,0)$ ,

∴  $B(10,0)$ , 而  $A$ ,  $B$  关于对称轴对称

∴ 对称轴直线  $x=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-6+10}{2}=2$

要使  $y_1$  随着  $x$  的增大而减小, 且  $a < 0$ ,  
 $\therefore x > 2$ .

**解法 2:** 当点 C 在  $y$  轴正半轴时,  $n=c=8$ .

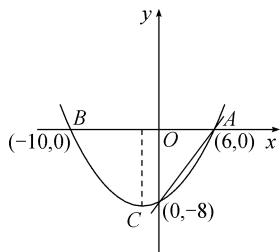
由于  $y_2 = \frac{4}{3}x + 8$ , 令  $y_2 = 0$ , 得  $x = -6$ ; 令  $x = 0$ , 得  $y_2 = 8$ ,  
所以  $A(-6, 0), C(0, 8)$ .

因为抛物线在  $x$  轴上截得的线段 AB 长为 16, 点 A 与点 B 在原点两侧, 所以点 B 的坐标为  $(10, 0)$ , 设  $y_1 = a(x+6)(x-10)$ , 把  $C(0, 8)$  代入得,  $a = -\frac{2}{15}$ , 得  $y_1 = -\frac{2}{15}x^2 + \frac{8}{15}x + 8$ ,

因为函数  $y_1$  随着  $x$  的增大而减小, 由  $-\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{8}{15}}{2 \times (-\frac{2}{15})} =$

2, 所以所求自变量的取值范围是  $x > 2$ .

(2)  $n=-8$  时, 易得  $A(6, 0)$  如图:



$\because$  抛物线过 A、C 两点, 且与  $x$  轴交点 A、B 在原点两侧,  
 $\therefore$  抛物线开口向上, 则  $a > 0$ ,

$\therefore AB = 16$ , 且  $A(6, 0)$ ,

$\therefore B(-10, 0)$ , 而 A、B 关于对称轴对称,

$\therefore$  对称轴直线  $x = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{-10+6}{2} = -2$ ,

要使  $y_1$  随着  $x$  的增大而减小, 且  $a > 0$ ,

$\therefore x < -2$ .

## 第 10 课时 用二次函数解决问题(1)

**[要点感知]** 相等 实际

**[当堂反馈]** 1. A 2. C 3. C 4. D 5. C 6. D 7. B  
8. C 9.  $(4\sqrt{2}-4)m$

**[巩固提升]** 10. 40 11. 3 12. 25 13. 480 14.  $\frac{49}{6}$

15.  $\frac{5}{2}$  m 16. 解:(1) 第 20 天每千克的利润最大,  $\because 15 - P = \frac{x}{10} + 7$ ,  $\therefore \frac{1}{10} > 0$ ,  $\therefore$  每天每千克利润随着天数的增加而增加;(2)  $y = (\frac{x}{10} + 7)q = -x^2 + 30x + 7000$ , 配方得:  $y = -(x-15)^2 + 7225$ ,  $\therefore$  第 15 天的利润最大, 最大利润为 7225 元;(3)  $y = (\frac{x}{10} + 7 - m)q = -[x - (15 + 5m)]^2 + 7225 + 25m^2 - 850m$ ,  $\therefore$  对称轴  $x = 15 + 5m \geq 20$ ,  $\therefore m \geq 1$ ,  $\therefore m$  的取值范围:  $1 \leq m \leq 2$ . 17. 解:(1) 设李明第  $n$  天生产的粽子数量为 420 只, 由题意可知:  $30n + 120 = 420$ , 解得  $n = 10$ . 答: 第 10 天生产的粽子数量为 420 只.(2) 由图像得, 当  $0 \leq x < 9$  时,  $p = 4.1$ ; 当  $9 \leq x \leq 15$  时, 设  $p = kx + b$ , 把点(9,

4.1), (15, 4.7) 代入得,  $\begin{cases} 9k+b=4.1 \\ 15k+b=4.7 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} k=0.1 \\ b=3.2 \end{cases}$ ,  $\therefore p = 0.1x + 3.2$ , ①  $0 \leq x \leq 5$  时,  $w = (6 - 4.1) \times 54x = 102.6x$ , 当  $x = 5$  时,  $w_{\text{最大}} = 513$  (元); ②  $5 < x \leq 9$  时,  $w = (6 - 4.1) \times (30x + 120) = 57x + 228$ ,  $\because x$  是整数,  $\therefore$  当  $x = 9$  时,  $w_{\text{最大}} = 741$  (元); ③  $9 < x \leq 15$  时,  $w = (6 - 0.1x - 3.2) \times (30x + 120) = -3x^2 + 72x + 336$ ,  $\because a = -3 < 0$ ,  $\therefore$  当  $x = -\frac{b}{2a} = 12$  时, 又  $9 < 12 \leq 15$ ,  $w_{\text{最大}} = 768$  (元); 综上, 当  $x = 12$  时,  $w$  有最大值, 最大值为 768 元.(3) 由(2) 可知  $m = 12$ ,  $m+1 = 13$ , 设第 13 天提价  $a$  元, 由题意得,  $w_{13} = (6 + a - p)(30x + 120) = 510(a + 1.5)$ ,  $\therefore 510(a + 1.5) - 768 \geq 48$ , 解得  $a = 0.1$ . 答: 第 13 天每只粽子至少应提价 0.1 元.

## 第 11 课时 用二次函数解决问题(2)

**[要点感知]** 1. 数学 抛物线 2. 不同 二次项 平移

**[当堂反馈]** 1. C 2. D 3. B 4. C 5. B 6. (1) 设函数表达式为  $y = kx + b$ , 由直线过点  $(0.6, 2)$  和  $(1, 1.6)$ , 得  $\begin{cases} 2=0.6k+b \\ 1.6=k+b \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} k=-1 \\ b=2.6 \end{cases}$ ,  $\therefore$  函数关系式为  $y = -x + 2.6$ ;  
(2)  $w = (x - 0.4) \cdot y = (x - 0.4) \cdot (-x + 2.6) = -x^2 + 3x - 1.04$ ; (3)  $\because -1 < 0$ ,  $\therefore w$  有最大值. 当  $x = -\frac{3}{2 \times (-1)} = 1.5$  时,  $w_{\text{最大}} = \frac{4 \times (-1) \times (-1.04) - 3^2}{4 \times (-1)} = 1.21$ .

**[巩固提升]** 7. 4.5. 8. 10 9. 19.6 m

10. (1) ① 由题意可得: 由  $DE = x$  m, 得  $DC = \frac{1}{2}(32-x)$  m,  
 $\therefore$  菜园面积  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为:  $y = \frac{1}{2}(32-x)x = -\frac{1}{2}x^2 + 16x$ , ( $0 < x \leq 8$ ); ② 若菜园的面积等于  $110$   $m^2$ , 则  $-\frac{1}{2}x^2 + 16x = 110$ , 解得:  $x_1 = 10$ ,  $x_2 = 22$ .  $\because 0 < x \leq 8$ ,  $\therefore$  不能围成面积为  $110$   $m^2$  的菜园. (2) 由  $DE = x$  m, 则菜园面积为:  $y = \frac{1}{2}x(32+8-2x) = -x^2 + 20x = -(x-10)^2 + 100$ , 当  $x = 10$  时, 函数有最大值 100.

答: 当  $DE$  长为 10 m 时, 菜园的面积最大, 最大值为  $100$   $m^2$ .

11. (1)  $y = 100 + 10(50-x)$ ,  $y = 600 - 10x$ , 定义域为  $20 \leq x \leq 60$ ; (2)  $w = (600 - 10x)(x - 20)$ ,  $w = -10x^2 + 800x - 12000$ , 定义域为  $20 \leq x \leq 60$ ; (3) 当日销售量为 300 千克时,  $y = 600 - 10x = 300$ , 解得:  $x = 30$ . 将  $x = 30$  代入  $w = (600 - 10x)(x - 20) = 3000$ .

12. 解:(1)  $\because$  点 C 到 ED 的距离是 11 米,  $\therefore OC = 11$ , 设抛物线的解析式为  $y = ax^2 + 11$ , 由题意得  $B(8, 8)$ ,  $\therefore 64a + 11 = 8$ , 解得  $a = -\frac{3}{64}$ ,  $\therefore y = -\frac{3}{64}x^2 + 11$ ; (2) 水面到顶点 C 的距离不大于 5 米时, 即水面与河底 ED 的距离  $h$  至多为  $11 - 5 = 6$  (米),  $\therefore 6 = -\frac{1}{128}(t-19)^2 + 8$ ,  $\therefore (t-19)^2 = 256$ ,  $\therefore t-19 = \pm 16$ , 解得  $t_1 = 35$ ,  $t_2 = 3$ ,  $\therefore 35 - 3 = 32$  (小时). 答: 需 32 小时禁止船只通行.



## 第 12 课时 数学活动

1. 解:(1)  $x \neq 0$ ;(2) 令  $x=3$ , $\therefore y=\frac{1}{2} \times 3^2 + \frac{1}{3} = \frac{9}{2} + \frac{1}{3} = \frac{29}{6}$ ,

$\therefore m=\frac{29}{6}$ ;(3) 图略;(4) 该函数的其它性质:①该函数没有最大值;②该函数在  $x=0$  处断开;③该函数没有最小值;④该函数图像没有经过第四象限.

2. 解:(1) 由题意得:函数  $y=at^2+5t+c$  的图像经过点  $(0, 0.5)$ ,  $(0.8, 3.5)$ ,

$$\begin{cases} 0.5=c \\ 3.5=0.8^2 a+5 \times 0.8+c \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{25}{16} \\ c=\frac{1}{2} \end{cases}, \therefore \text{抛物线的解}$$

析式为:  $y=-\frac{25}{16}t^2+5t+\frac{1}{2}$ , $\therefore$  当  $t=\frac{125}{32}$  时,  $y_{\text{最大}}=\frac{657}{64}$ ;

(2) 把  $x=28$  代入  $x=10t$  得  $t=2.8$ , $\therefore$  当  $t=2.8$  时,  $y=-\frac{25}{16} \times 2.8^2+5 \times 2.8+\frac{1}{2}=2.25 < 2.44$ , $\therefore$  他能将球直接射入球门.

## 第 13 课时 单元复习课

[要点感知]  $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$  抛物线  $(-h, k)$  直线  $x=-h$  上  $>-h <-h = -h$  小  $k$  下  $<-h >-h = -h$  大  $k$   $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$  直线  $x=-\frac{b}{2a}$  上  $>-\frac{b}{2a} <-\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2a}$  小  $\frac{4ac-b^2}{4a}$  下  $<-\frac{b}{2a} >-\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2a}$  大  $\frac{4ac-b^2}{4a}$   $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$   $y=a(x+h)^2+k$   $x$  轴 根的情况

[当堂反馈] 1. B 2. C 3. B 4. B 5. D 6. D 7. D 8. D 9. C 10. 解:(1) 如题图, $\therefore$  抛物线开口方向向上, $\therefore a>0$ . 又 $\because$  对称轴  $x=-\frac{b}{2a}<0$ , $\therefore a, b$  同号, 即  $b>0$ .  $\therefore$  抛物线与  $y$  轴交于负半轴, $\therefore c<0$ . 综上所述,  $a>0, b>0, c<0$ .

(2) 如题图, $\therefore OC=OA=\frac{1}{3}OB, BC=4$ , $\therefore$  点 A 的坐标为  $(0, -1)$ , 点 B 的坐标为  $(-3, 0)$ , 点 C 的坐标为  $(1, 0)$ , 把 A, B, C 三点的坐标分别代入二次函数  $y=ax^2+bx+c$  中可得:

$$\begin{cases} -1=c \\ 0=9a-3b+c, \text{解得,} \\ 0=a+b+c \end{cases} \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=\frac{2}{3} \\ c=-1 \end{cases}, \therefore \text{该二次函数的解析式是: } y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x-1.$$

[巩固提升] 11.  $y=x^2+x$  12.  $x_1=-1, x_2=3$  13. ③⑤

14. 6 15.  $(-1, 1), (13, -1), (2n-3, (-1)^{n+1})$  16.  $\frac{3}{4}$

17. 2 或  $-\sqrt{3}$  18.  $y=-2x^2-2$  19. ①③⑤

20. 150. 21. 解:(1) 把  $A(-1, 0), C(2, -3)$  代入  $y=\frac{1}{2}x^2+$

$bx+c$ , 得:  $\begin{cases} \frac{1}{2}-b+c=0 \\ 2+2b+c=-3 \end{cases}$ , 解得:  $\begin{cases} b=-\frac{3}{2} \\ c=-2 \end{cases}$ , $\therefore$  抛物线的解析

式为:  $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$ , $\therefore y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2=\frac{1}{2}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{8}$ , $\therefore$  其顶点坐标为  $(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8})$ ;

(2)  $\therefore y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$ , $\therefore$  当  $x=0$  时,  $y=-2$ , $\therefore$  点 D 的坐标为  $(0, -2)$ .

$\therefore$  将点  $(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8})$  向左平移  $\frac{3}{2}$  个单位长度, 再向上平移

$\frac{9}{8}$  个单位长度, 可得到点 D, $\therefore$  将  $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$  向左平移

$\frac{3}{2}$  个单位长度, 再向上平移  $\frac{9}{8}$  个单位长度, 顶点为点 D, 此时

平移后的抛物线解析式为:  $y=\frac{1}{2}x^2-2$ ;

(3) 证明: 设直线  $OC$  的解析式为  $y=kx$ , $\because C(2, -3)$ , $\therefore 2k=-3$ , $\therefore k=-\frac{3}{2}$ ,

$\therefore$  直线  $OC$  的解析式为  $y=-\frac{3}{2}x$ . 当  $x=m$  时,  $y_F=\frac{1}{2}m^2-2$ ,

则  $PF=-\left(\frac{1}{2}m^2-2\right)=2-\frac{1}{2}m^2$ , 当  $x=m$  时,  $y_E=\frac{1}{2}m^2-\frac{3}{2}m-2$ , $y_G=-\frac{3}{2}m$ , $\therefore EG=y_G-y_E=2-\frac{1}{2}m^2$ , $\therefore PF=EG$ .

22. 设增种  $x$  棵树, 果园的总产量为  $y$  千克, 依题意得:  $y=(100+x)(40-0.25x)=4000-25x+40x-0.25x^2=-0.25x^2+15x+4000$ . 因为  $a=-0.25<0$ , 所以当  $x=-\frac{b}{2a}$ ,  $y$  有最大

值,  $y_{\text{最大值}}=\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{4 \times (-0.25) \times 4000-15^2}{4 \times (-0.25)}=4225$ . 答: 增

种 30 棵枇杷树, 投产后可以使果园枇杷的总产量最多. 最多总产量是 4225 千克.

23. (1) 四边形  $EFGH$  是正方形. 图 2 可以看作是由四块图 1 所示地砖绕  $C$  点按顺(逆)时针方向依次旋转  $90^\circ$  后得到的, 故  $CE=CF=CG=CH$ . $\therefore \triangle CEF, \triangle CFG, \triangle CGH, \triangle CHE$  是四个全等的等腰直角三角形. 因此  $EF=FG=GH=HE, \angle FEH=\angle EFG=\angle GHE=\angle FGH=90^\circ$ , 因此四边形  $EFGH$  是正方形.

(2) 设  $CE=x$ , 则  $BE=0.4-x$ , 每块地砖的费用为  $y$ , 那么  $y=\frac{1}{2}x^2 \times 30 + \frac{1}{2} \times 0.4 \times (0.4-x) \times 20 + \left[0.16 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \times 0.4 \times (0.4-x)\right] \times 10 = 10(x^2 - 0.2x + 0.24) = 10(x-0.1)^2 + 2.3 (0 < x < 0.4)$ . 当  $x=0.1$  时,  $y$  有最小值, 即费用为最省, 此时  $CE=CF=0.1$ . 答: 当  $CE=CF=0.1$  米时总费用最省.

24. 解:(1) 依题意, 得  $\begin{cases} -\frac{b}{2a}=\frac{3}{4}, \\ 4a+2b=1 \end{cases}$

解得  $\begin{cases} a=1 \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases}$ , $\therefore y=x^2-\frac{3}{2}x$ ;

(2)  $C(m, \frac{1}{2}m), D(2m, 0), m=$

1;(3) 依题意,得  $B(m,0)$ ,在  $\text{Rt}\triangle OBC$  中,  $OC^2 = OB^2 + BC^2 = m^2 + \left(\frac{1}{2}m\right)^2 = \frac{5}{4}m^2$ , $\therefore OC = \frac{\sqrt{5}}{2}m$ ,又 $\because O,D$ 关于直线  $PC$  对称, $\therefore CD = OC = \frac{\sqrt{5}}{2}m$ ,在  $\text{Rt}\triangle AOE$  中,  $OA = \sqrt{OE^2 + AE^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ , $\therefore AC = OA - OC = \sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{2}m$ ,在  $\text{Rt}\triangle ADE$  中,  $AD^2 = AE^2 + DE^2 = 1^2 + (2 - 2m)^2 = 4m^2 - 8m + 5$ . 分三种情况讨论:  
①若  $AC = CD$ , 即  $\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{2}m = \frac{\sqrt{5}}{2}m$ ,解得  $m = 1$ ,  
 $\therefore P\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ ;  
②若  $AC = AD$ , 则有  $AC^2 = AD^2$ , 即  $5 - 5m + \frac{5}{4}m^2 = 4m^2 - 8m + 5$ ,解得  $m_1 = 0, m_2 = \frac{12}{11}$ . $\because 0 < m < 2$ , $\therefore m = \frac{12}{11}$ , $\therefore P\left(\frac{12}{11}, -\frac{54}{121}\right)$ ;  
③若  $DA = DC$ , 则有  $DA^2 = DC^2$ , 即  $4m^2 - 8m + 5 = \frac{5}{4}m^2$ ,解得  $m_1 = \frac{10}{11}, m_2 = 2$ , $\because 0 < m < 2$ , $\therefore m = \frac{10}{11}$ , $\therefore P\left(\frac{10}{11}, -\frac{65}{121}\right)$ ,综上所述,当 $\triangle ACD$ 为等腰三角形时,点  $P$  的坐标分别为  $P_1\left(1, -\frac{1}{2}\right), P_2\left(\frac{12}{11}, -\frac{54}{121}\right), P_3\left(\frac{10}{11}, -\frac{65}{121}\right)$ .

## 第五单元自测卷

- 一、1. D 2. C 3. B 4. B 5. D 6. C 7. D 8. D  
9. A 10. B  
二、11. -3 或 5 12. ①②⑤ 13. ③④ 14.  $l = -2m^2 + 8m + 12$  15. 1 16. 2 17.  $y = 2x^2 + 2x - 4$ ,  
 $(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{2})$  18. 3 19.  $2, \sqrt{3}$  20. 2.816

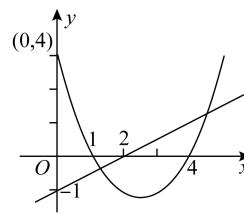
三、21.  $\because y$  与  $x^2$  成正比例, $\therefore y = kx^2(k \neq 0)$ ,把  $x = 3$  时,  $y = -18$  代入得: $-18 = 3^2 \cdot k$ , $\therefore k = -2$ , $\therefore y$  与  $x$  之间的函数解析式为  $y = -2x^2$ . 符合二次函数的定义,属于二次函数.

22. 解:(1)  $\because$ 由函数图像可知,当  $x = -2$  或  $x = 2$  时,函数图像有最低点,即函数有最小值, $\therefore$ 当  $x = -2$  或  $x = 2$  时,函数  $y$  有最小值.(2)  $\because$ 由函数图像可知当  $-2 < x < 0$  或  $x > 2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, $\therefore x$  的取值范围是: $-2 < x < 0$  或  $x > 2$ ;  
(3)  $\because$ 一次函数  $y = 2x + a$  与  $x$  轴的交点为  $(-\frac{a}{2}, 0)$ ,与  $y$  轴的交点为  $(0, a)$ , $\therefore$ 当直线  $y = 2x + a$  过点  $(2, 0)$  时,也过点  $(0, -4)$ ,或当直线  $y = 2x + a$  过点  $(-2, 0)$  时,也过点  $(0, 4)$ , $\therefore$ 当  $a < -4$  时,没有交点;当  $a = -4$  时,有 1 个交点;当  $-4 < a < 4$  时,有 2 个交点.

23. 解:(1) 抛物线的顶点坐标是  $(4, 3)$ ,设抛物线的解析式是:  
 $y = a(x - 4)^2 + 3$ ,把  $(10, 0)$  代入得  $36a + 3 = 0$ ,解得  $a = -\frac{1}{12}$ ,

则抛物线是  $y = -\frac{1}{12}(x - 4)^2 + 3$ ,当  $x = 0$  时,  $y = -\frac{1}{12} \times 16 + 3 = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3} < 2.44$  米,故能射中球门;(2) 当  $x = 2$  时,  $y = -\frac{1}{12}(2 - 4)^2 + 3 = \frac{8}{3} > 2.52$ , $\therefore$ 守门员乙不能阻止球员甲的此次射门,当  $y = 2.52$  时,  $y = -\frac{1}{12}(x - 4)^2 + 3 = 2.52$ ,解得:  
 $x_1 = 1.6, x_2 = 6.4$ (舍去), $\therefore 2 - 1.6 = 0.4$ (m),答:他至少后退 0.4 m,才能阻止球员甲的射门.

24. 解:(1)  $\because$ 一次函数  $y_1 = kx + b(k \neq 0)$  的图像经过  $(2, 0)$ ,  
 $(4, 1)$  两点, $\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ 4k + b = 1 \end{cases}$ ,解得  $\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}$ , $\therefore y_1 = \frac{1}{2}x - 1$ .  
 $\because y_2 = x^2 - 2ax + 4 = (x - a)^2 + 4 - a^2$ , $\therefore$ 二次函数图像的顶点坐标为  $(a, 4 - a^2)$ ;(2) ①当  $a = \frac{5}{2}$  时,  $y_2 = x^2 - 5x + 4$ . 如图.



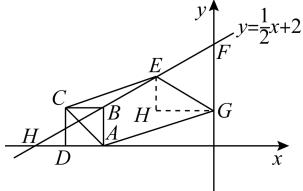
因为  $y_1 > 0$  且  $y_2 \leqslant 0$ ,由图像得  $2 < x \leqslant 4$ . ②由①可知  $a = \frac{5}{2}$  时, $2 < x \leqslant 4$  有两个整数, $\therefore a < \frac{5}{2}$ , $\therefore$ 如果满足  $y_1 > 0$  且  $y_2 \leqslant 0$  时的自变量  $x$  的取值范围内恰有一个整数, $\therefore x = 3$ ,当  $x = 3$  时, $y_2 = x^2 - 2ax + 4 \leqslant 0$ ,解得  $a \geqslant \frac{13}{6}$ , $\therefore \frac{13}{6} \leqslant a < \frac{5}{2}$ .

25. (1)  $y = (80 + x)(384 - 4x) = -4x^2 + 64x + 30720$ ;(2) 增加 8 台机器,可使每天总产量最大,是 30976.

26. 解:(1)  $\because$ 直线  $l: y = \frac{1}{2}x + 2$  经过点  $B(x, 1)$ , $\therefore 1 = \frac{1}{2}x + 2$ ,解得  $x = -2$ , $\therefore B(-2, 1)$ , $\therefore A(-2, 0), D(-3, 0)$ , $\therefore$ 抛物线经过  $A, D$  两点, $\therefore \begin{cases} -4 - 2b + c = 0 \\ -9 - 3b + c = 0 \end{cases}$ ,解得  $\begin{cases} b = -5 \\ c = -6 \end{cases}$ , $\therefore$ 抛物线经过  $A, D$  两点时的解析式为  $y = -x^2 - 5x - 6$ ;(2)  $\because$ 点  $E(m, n)$  在直线  $l$  上, $\therefore n = \frac{1}{2}m + 2$ , $\therefore S = \frac{1}{2} \times 1 \times \left[\pm\left(\frac{1}{2}m + 2\right)\right] = \pm\left(\frac{1}{4}m + 1\right)$ ,即  $S = \frac{1}{4}m + 1(m > -4)$  或  $S = -\frac{1}{4}m - 1(m < -4)$ ;(3) 如图,若以  $A, C, E, G$  为顶点的四边形能成为平行四边形,则  $AC = EG, AC \parallel EG$ ,作  $EH \parallel y$  轴交过  $G$  点平行于  $x$  轴的直线相交于点  $H$ ,则  $EH \perp GH$ , $\triangle EHG \cong \triangle CDA$ , $\therefore GH = AD = 1$ , $\therefore E$  的横坐标为  $\pm 1$ , $\therefore$ 点  $E$  在直线  $l$  上, $\therefore y = \frac{1}{2} \times (-1) + 2 = \frac{3}{2}$ ,或  $y = \frac{1}{2} \times 1 + 2 = \frac{5}{2}$ ,当



AC为对角线时,有E和G的横坐标之和等于A和C的横坐标之和,故可求得 $E\left(-5,-\frac{1}{2}\right)$ . $\therefore E\left(-1,\frac{3}{2}\right); \left(1,\frac{5}{2}\right)$ 或 $\left(-5,-\frac{1}{2}\right)$ .



## 第六章 图形的相似

### 第1课时 图上距离与实际距离

**[要点感知]** 1. 成比例 2. (1)  $ad, bc; ad, bc$ ; (2)  $b^2 = ad$ .

**[当堂反馈]** 1. A 2. A 3. A 4. D 5. A 6. D 7. C

8. B 9. 解:(1)  $\because \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ ,  $\therefore$  设  $x=2k, y=3k, z=4k$ ,  $\therefore 2k+3k-4k=6$ , 解得  $k=6$ ,  $\therefore x=12, y=18, z=24$ .

(2) ① $\because (a+b):(b+c):(c+a)=7:14:9$ , 设  $a+b=7k, b+c=14k, c+a=9k$ ,  $\therefore a+b+c=15k$ ,  $\therefore a=k, b=6k, c=8k$ ,  $\therefore a:b:c=1:6:8$ ; ② $\frac{a^2-ab}{c^2+bc}=\frac{k^2-6k^2}{64k^2+48k^2}=-\frac{5}{112}$ .

**[巩固提升]** 10. 12 11. 2 或 -1 12. 10 13. 4 cm

14.  $2\sqrt{3}$  15. 1 16. 解:依题意有:当  $2:4=5:d$  时,解得  $d=10$ ;当  $4:2=5:d$  时,解得  $d=2.5$ ;当  $5:2=4:d$  时,解得  $d=1.6$ .故符合条件的值有 3 个,分别是 10 cm, 2.5 cm, 1.6 cm.

17. (1) 设  $\frac{a-c}{-2}=\frac{a+b}{7}=\frac{c-b}{1}=k$ , 根据题意得  $\begin{cases} a-c=-2k \\ a+b=7k \\ c-b=k \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} a=3k \\ b=4k \\ c=5k \end{cases}$ ,  $\therefore a+b+c=24$ ,  $\therefore 12k=24$ . 解得  $k=2$ .  $\therefore a=6, b=8, c=10$ . (2)  $\because a=6, b=8, c=10$ ,  $\therefore a^2+b^2=c^2$ .  $\therefore$  三角形为直角三角形.

### 第2课时 黄金分割

**[要点感知]**  $\frac{BC}{AB}, \frac{AB}{AC}$  黄金分割  $BC:AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$   
0.618

**[当堂反馈]** 1. A 2. A 3. C 4. A 5. B 6. C 7. D  
8. C 9. 解:(1)  $\because$  线段  $AB=10$  cm,  $C$  是  $AB$  的一个黄金分割点,且  $AC < BC$ ,  $\therefore AC=10 \times \frac{3-\sqrt{5}}{2}=15-5\sqrt{5}$  (cm);  
(2)  $\because$  线段  $c$  是线段  $a$  和  $b$  的比例中项,  $a=4$  cm,  $b=9$  cm,  
 $\therefore c^2=ab=36$ , 解得  $c=\pm 6$ , 又  $\because$  线段长是正数,  
 $\therefore c=6$  cm.

**[巩固提升]** 10. 6. 2 cm 11.  $(5\sqrt{5}-5)$  cm 或  $(15-$

$5\sqrt{5})$  cm 12.  $(10\sqrt{5}-10)$  cm 13.  $\sqrt{5}-2$  14.  $(\sqrt{5}-1)a$

15.  $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{2018}$  16. ② 17. 135

18. 解:(1) 在  $Rt\triangle APD$  中,  $AP=1, AD=2$ , 由勾股定理知  $PD=\sqrt{AD^2+AP^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$ ,  $\therefore AM=AF=PF-AP=PD-AP=\sqrt{5}-1$ ,  $DM=AD-AM=3-\sqrt{5}$ . 故  $AM$  的长为  $\sqrt{5}-1$ ,  $DM$  的长为  $3-\sqrt{5}$ ; (2) 点  $M$  是线段  $AD$  的黄金分割点. 由于  $\frac{AM}{AD}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ,  $\therefore$  点  $M$  是线段  $AD$  的黄金分割点.

19. 证明: 设正方形  $ABCD$  的边长为 2,  $E$  为  $BC$  的中点,  
 $\therefore BE=1$ ,  $\therefore AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=\sqrt{5}$ , 又  $\because B'E=BE=1$ ,  
 $\therefore AB'=AB-B'E=\sqrt{5}-1$ ,  $\therefore AB':AB=(\sqrt{5}-1):2$ ,  $\therefore$  点  $B'$  是线段  $AB$  的黄金分割点. 20. (1) 证明:

$\because \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{BD}{BC}, \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}}=\frac{CD}{BD}$ , 又  $\because \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}}$ ,  $\therefore \frac{BD}{BC}=\frac{CD}{BD}$ ,  $\therefore D$  是  $BC$  的黄金分割点; (2) 解: 由(1)知  $\frac{BD}{BC}=\frac{CD}{BD}$ ,  
 $\therefore BD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}BC$ ,  $\therefore DC=BC-BD=BC-\frac{\sqrt{5}-1}{2}BC=\frac{3-\sqrt{5}}{2}BC$ ,  $\therefore \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{DC}{BC}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ,  $\therefore S_{\triangle ACD}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{3-\sqrt{5}}{2} \times 20=30-10\sqrt{5}$ .

### 第3课时 相似图形

**[要点感知]** 1. 相同 分别相等 成比例 对应边 2. 相等 成比例

**[当堂反馈]** 1. D 2. A 3. B 4. C 5. B 6. C 7. B  
8. D 9. (1)  $PQ$  对应  $ST$ ;  $PR$  对应  $SX$ ;  $QR$  对应  $TX$ ;  
 $\angle PQR$  对应  $\angle STX$ ;  $\angle PRQ$  对应  $\angle SXT$ ;  $\angle QPR$  对应  $\angle TSX$ ; (2)  $AB$  对应  $CD$ ;  $AO$  对应  $CO$ ;  $BO$  对应  $DO$ ;  $\angle ABO$  对应  $\angle CDO$ ;  $\angle BOA$  对应  $\angle DOC$ ;  $\angle BAO$  对应  $\angle DCO$ .

10. 解:  $\because$  在  $Rt\triangle ABE$  中,  $BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=3\sqrt{13}$ , 又  $\because \triangle ABE \sim \triangle DEF$ ,  $\therefore \frac{AB}{DE}=\frac{BE}{EF}, EF=\frac{DE \cdot BE}{AB}=\frac{2 \times 3\sqrt{13}}{6}=\sqrt{13}$ .

**[巩固提升]** 11. A 12. 21 cm 13.  $\angle CAE$   $\angle DBC$

14. 3:2 15.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  16.  $\frac{45}{4}$  cm 17.  $AE=4, BE=5$

18. (1) ① $\because$  内角为  $70^\circ$ ,  $\therefore$  与它相邻内角的度数为  $110^\circ$ .  
 $\therefore$  菱形的“接近度” $=|m-n|=|110-70|=40$ . ②当菱形的“接近度”等于 0 时,菱形是正方形.(2) 不合理. 例如,对两个相似而不全等的矩形来说,它们接近正方形的程度是相同的,但  $|a-b|$  却不相等. 合理定义方法不唯一. 如定义为  $\frac{b}{a}$ ,  $\frac{b}{a}$  越接近 1, 矩形越接近于正方形;  $\frac{b}{a}$  越远离 1, 矩形与正方形的形状差异越大; 当  $\frac{b}{a}=1$  时, 矩形就变成了正方形, 即只

有矩形的  $\frac{b}{a}$  越接近 1, 矩形才越接近正方形.

#### 第 4 课时 探索三角形相似的条件(1)

[要点感知] 1. 成比例 2. 相似

[当堂反馈] 1. B 2. B 3. A 4. B 5. D 6. C 7. A  
8. C 9. (1) 解:  $\because DE \parallel BC, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ , 又  $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ,  $AE = 3, \therefore \frac{3}{AC} = \frac{1}{3}$ , 解得  $AC = 9, \therefore EC = AC - AE = 9 - 3 = 6$ ;

(2) 证明:  $\because DE \parallel BC, EF \parallel CG, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AG}, \therefore AD \cdot AG = AF \cdot AB$ .

[巩固提升] 10. 3 11. 4. 5 12. 本题答案不唯一, 如  $\triangle ADF \sim \triangle ECF$ .

13. 12 14.  $2n+1$  15. 2. 4 16. 8 : 5

17. 证明:  $\because$  四边形 ABCD 是平行四边形,  $\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD, \therefore \frac{GF}{CF} = \frac{DF}{BF}, \frac{CF}{EF} = \frac{DF}{BF} \therefore \frac{GF}{CF} = \frac{CF}{EF}$ , 即  $CF^2 = GF \cdot EF$ .

18. 解: (1)  $\because AE = 2CE, \therefore \frac{CE}{AE} = \frac{1}{2}, \because EF \parallel AB, \therefore \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC} = \frac{2}{3}, \because BC = 9, \therefore BF = 6, \because DE \parallel BC, \therefore \frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC} = \frac{1}{3}, \because AB = 6, \therefore BD = 2$ ; (2)  $\because EF \parallel AB, DE \parallel BC, \therefore$  四边形 BDEF 是平行四边形,  $\therefore BD = EF = 2, DE = BF = 6, \therefore$  四边形 BDEF 的周长为  $2(2+6)=16$ .

#### 第 5 课时 探索三角形相似的条件(2)

[要点感知] 1. 分别对应相等 2. 2 ACD CBD

[当堂反馈] 1. A 2. B 3. C 4. D 5. B 6. C 7. C  
8. C 9. 因为  $\angle A = 45^\circ, \angle B = 26^\circ$ , 所以  $\angle C = 109^\circ$ , 所以  $\angle C = \angle B'$ , 又因为  $\angle A = \angle A'$ , 所以  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ .

10. 解:  $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore \angle 1 + \angle ABD = \angle 2 + \angle ABD$ , 即  $\angle ABC = \angle EBD$ , 又  $\because \angle D = \angle C, \therefore \triangle ABC \sim \triangle EBD$ .

[巩固提升] 11.  $\angle A = \angle C$  或  $\angle B = \angle D$  或  $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$  (只需写一个) 12. 6 13. 3 14. (1) ACE; DCO; (2) 6 15. 5

16. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC, BD = CD, \therefore AD \perp BC, \therefore CE \perp AB, \therefore \angle ADB = \angle CEB = 90^\circ$ , 又  $\angle B = \angle B$ ,  $\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBE$ .  
17. 证明: (1)  $\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C$ . 又  $\because \angle BAC = 120^\circ, \therefore \angle B = \angle C = 30^\circ, \angle BPE + \angle BEP = 150^\circ$ . 又  $\because \angle EPF = 30^\circ, \angle BPE + \angle CPF = 150^\circ, \therefore \angle BEP = \angle CPF, \therefore \triangle BPE \sim \triangle CPF$ ; (2) ① 证法同(1),  $\triangle BPE$  与  $\triangle CFP$  还相似; ②  $\triangle CPF \sim \triangle PEF$ . 理由如下:  $\because \triangle BPE \sim \triangle CFP, \therefore \frac{PE}{FP} = \frac{BP}{CP}, \because BP = CP, \therefore \frac{PE}{FP} = \frac{CP}{CF}$ . 又  $\because \angle EPF = \angle C = 30^\circ, \therefore \triangle CPF \sim \triangle PEF$ .

#### 第 6 课时 探索三角形相似的条件(3)

[要点感知] 1. 成比例, 夹角相等 2.  $\frac{AB}{DE}, \frac{AC}{DF}$

[当堂反馈] 1. A 2. B 3. C 4. B 5. D 6. C 7. C  
8. B 9. 证明:  $\because \triangle ABC$  为正三角形,  $\therefore \angle A = \angle C = 60^\circ$ ,

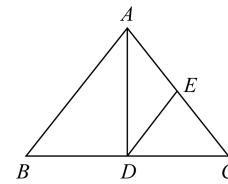
$BC = AB, \therefore AE = BE, \therefore CB = 2AE, \therefore \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}, \therefore CD =$

$2AD, \therefore \frac{AD}{CD} = \frac{AE}{CB} = \frac{1}{2}$ , 而  $\angle A = \angle C, \therefore \triangle AED \sim \triangle CBD$ .

[巩固提升] 10.  $P_3$  【解题指导】 $\because \angle BAC = \angle PED$ , 而

$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{2}, \therefore \frac{EP}{ED} = \frac{3}{2}$  时,  $\triangle ABC \sim \triangle EPD$ ,  $\therefore DE = 4, \therefore EP = 6, \therefore$  点  $P$  落在  $P_3$  处. 11. 2. 4 或 1. 5 12. C 13. 6. 4 或 10 14.  $(3, 0)$  或  $(-\frac{7}{3}, 0)$  15. 设经过  $t$  s 时,  $\triangle PBQ$  与  $\triangle ABC$  相似, 则  $AP = 2t, BQ = 4t, BP = 10 - 2t$ , (1) 如图(1), 当  $\triangle PBQ \sim \triangle ABC$  时, 有  $\frac{BP}{AB} = \frac{BQ}{BC}$ , 即  $\frac{10 - 2t}{10} = \frac{4t}{20}$ , 所以  $t = 2.5$ . (2) 如图(2), 当  $\triangle QBP \sim \triangle ABC$  时, 有  $\frac{BQ}{AB} = \frac{BP}{BC}$ , 即  $\frac{4t}{10} = \frac{10 - 2t}{20}$ , 所以  $t = 1$ . 综上可知, 经过 2.5 s 或 1 s 时,  $\triangle PBQ$  和  $\triangle ABC$  相似.

16. (1) 证明: Rt  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC = 2, \therefore \angle B = \angle C = 45^\circ$ .  $\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD, \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC, \therefore \angle ADE + \angle EDC = \angle B + \angle BAD$ . 又  $\because \angle ADE = 45^\circ, \therefore 45^\circ + \angle EDC = 45^\circ + \angle BAD$ .  $\therefore \angle EDC = \angle BAD$ .  $\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE$ . (2) 解: ① 若  $AD = AE, \angle DAE = 90^\circ$ , 此时点 D 与点 B 重合, 不合题意. ② 若  $AD = DE, \triangle ABD$  与  $\triangle DCE$  的相似比为 1, 此时  $\triangle ABD \cong \triangle DCE, EC = BD$ , 于是  $AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}, AE = AC - EC = 2 - BD = 2 - (2\sqrt{2} - 2) = 4 - 2\sqrt{2}$ . ③ 若  $AE = DE$ , 此时  $\angle DAE = \angle ADE = 45^\circ$ , 如下图所示易知  $AD \perp BC, DE \perp AC$ , 且  $AD = DC$ . 由等腰三角形的三线合一可知:  $AE = CE = \frac{1}{2} AC = 1$ . 综上,  $AE = 4 - 2\sqrt{2}$  或  $AE = 1$ .



#### 第 7 课时 探索三角形相似的条件(4)

[要点感知] 1. 成比例 2.  $\frac{AB}{DE}, \frac{AC}{DF}, \frac{BC}{EF}$

[当堂反馈] 1. B 2. B 3. C 4. C 5. C 6. C 7. C

8. 解:  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  相似. 由勾股定理, 得  $AB = 2\sqrt{5}, AC = \sqrt{5}, BC = 5, DE = 4, DF = 2, EF = 2\sqrt{5}, \therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}, \therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ .

[巩固提升] 9. 相似. 10. 4;  $\triangle ADF, \triangle DBE, \triangle FEC, \triangle EFD$  11. 5 12. (1) 12. 5, 15; (2) 12, 8 13. 不相似;

(2) 相似; (3) 相似 14. (1)  $135^\circ - 2\sqrt{2}$  (2)  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  【证明】 $\because \frac{AB}{DE} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}, \frac{BC}{EF} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}, \therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

且 $\angle ABC = \angle DEF = 135^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ . **15. 证明:**  
 $\because \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$ ,  $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$ ,  $\therefore \angle BAC = \angle DAE$ ,  
 $\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$ , 即 $\angle BAD = \angle CAE$ ,  
 $\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ ,  $\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE$ .

### 第8课时 探索三角形相似的条件(5)

[要点感知]  $36^\circ \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

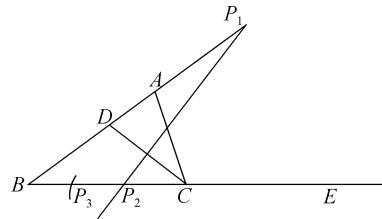
[当堂反馈] 1. B 2. C 3. B 4. C 5. B 6. A

7. 解:(1)  $\because AD = BC$ ,  $BC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ,  $\therefore AD = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ,  $DC = AC - AD = 1 - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ .  $\therefore AD^2 = \frac{5+1-2\sqrt{5}}{4} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ,  $AC \cdot CD = 1 \times \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ .  $\therefore AD^2 = AC \cdot CD$ .  
(2)  $\because AD = BC$ ,  $AD^2 = AC \cdot CD$ ,  $\therefore BC^2 = AC \cdot CD$ , 即 $\frac{BC}{AC} = \frac{CD}{BC}$ . 又 $\because \angle C = \angle C$ ,  $\therefore \triangle BCD \sim \triangle ACB$ ,  $\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CB} = 1$ ,  $\angle DBC = \angle A$ ,  $\therefore DB = CB = AD$ ,  $\therefore \angle A = \angle ABD$ ,  $\angle C = \angle BDC$ , 设 $\angle A = x$ , 则 $\angle ABD = x$ ,  $\angle DBC = x$ ,  $\angle C = 2x$ .  $\because \angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$ ,  $\therefore x + 2x + 2x = 180^\circ$ , 解得 $x = 36^\circ$ ,  $\therefore \angle ABD = 36^\circ$ .

[巩固提升] 8. A 9. D 10. (1) 5; (2)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

11.  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$  12.  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}a^2$  13. 证明: 连接 GF, 设正方形 ABCD 的边长为 1, 则 $DF = \frac{1}{2}$ . 在 $\text{Rt } \triangle BCF$  中, $BF = \sqrt{BC^2 + CF^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ , 则 $A'F = BF - BA' = \frac{\sqrt{5}}{2} - 1$ . 设 $AG = A'G = x$ , 则 $GD = 1 - x$ , 在 $\text{Rt } \triangle A'GF$  和 $\text{Rt } \triangle DGF$  中, 有 $A'F^2 + A'G^2 = DF^2 + DG^2$ , 即 $\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - 1\right)^2 + x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1 - x)^2$ , 解得 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , 即点 G 是线段 AD 的黄金分割点( $AG > GD$ ). 14. 解:(1) 设 $\angle B = x$ ,  $\because BD = DC = AC$ , 则 $\angle B = \angle DCB = x$ ,  $\angle CDA = \angle A = 2x$ . 又 $\angle ACE = 108^\circ$ ,  $\therefore \angle B + \angle A = 108^\circ$ .  $\therefore x + 2x = 108^\circ$ ,  $x = 36^\circ$ .  $\therefore \angle B = 36^\circ$ ; (2) ①有三个: $\triangle BDC$ ,  $\triangle ADC$ ,  $\triangle BAC$ .  $\because DB = DC$ ,  $\angle B = 36^\circ$ ,  $\therefore \triangle BDC$  是黄金三角形,(或 $\because CD = CA$ ,  $\angle ACD = 180^\circ - \angle CDA - \angle A = 36^\circ$ ).  $\therefore \triangle CDA$  是黄金三角形. 或 $\because \angle ACE = 108^\circ$ ,  $\therefore \angle ACB = 72^\circ$ . 又 $\angle A = 2x = 72^\circ$ ,  $\therefore \angle A = \angle ACB$ .  $\therefore BA = BC$ .  $\therefore \triangle BAC$  是黄金三角形.)② $\triangle BAC$  是黄金三角形,  $\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ,  $\therefore BC = 2$ ,  $\therefore AC = \sqrt{5} - 1$ .  $\therefore BA = BC = 2$ ,  $BD = AC = \sqrt{5} - 1$ ,  $\therefore AD = BA - BD = 2 - (\sqrt{5} - 1) = 3 - \sqrt{5}$ , ③存在, 有三个符合条件的点 $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ . 如图,i)以 CD 为底边的黄金三角形:作 CD 的垂直平分线分别交直线 AB, BC 得

到点 $P_1$ ,  $P_2$ . ii)以 CD 为腰的黄金三角形:以点 C 为圆心,  $CD$  为半径作弧与 BC 的交点为点 $P_3$ .



### 第9课时 探索三角形相似的条件(6)

[要点感知] 中线 2 倍

[当堂反馈] 1. C 2. A 3. B 4. A 5. A 6. C 7. A  
8. B 9. (1) 证明: 连接 ED,  $\because E, D$  分别为 AC, BC 的中点,  
 $\therefore ED \parallel AB$ , 且 $ED = \frac{1}{2}AB$ ,  $\therefore \triangle EDO \sim \triangle BAO$ ,  $\therefore DO : AO = ED : AB = 1 : 2$ ;(2) 证明: 设 CF 交 ED 于点 G, 由  
 $\triangle DGO \sim \triangle AFO$ , 得 $DG : AF = DO : AO = 1 : 2$ , 由 $DG \parallel AB$   
得 $DG : BF = CD : CB = 1 : 2$ ,  $\therefore DG : AF = DG : BF$ ,  
 $\therefore AF = BF$ ,  $\therefore AF$  也是 $\triangle ABC$  的中线;(3) 解: 由 $\angle A = 90^\circ$ ,  
得四边形 AFDE 是矩形,  $\therefore \triangle EDK \sim \triangle BAE$ ,  $\therefore \triangle EDK \sim \triangle CAB$ ,  $\therefore \triangle BAE \sim \triangle CAB$ ,  $\therefore AE : AB = AB : AC$ ,  $\therefore AE = \frac{1}{2}AC$ ,  $\therefore AC : AB = \sqrt{2}$ .

[巩固提升] 10. 2 11. 1 12.  $9 \text{ cm}^2$  13. 2 14.  $\frac{20}{3}$

15. 24. 16. (1) 证明:  $\because BD, CE$  是边 AC, AB 上的中线,

$\therefore$  点 O 为 $\triangle ABC$  的重心,  $\therefore OC : OE = 2 : 1$ , 即 $OC = 2OE$ ;  
(2) 解:  $\because N$  是 OC 的中点,  $\therefore S_{\triangle OCD} = 2S_{\triangle CDN} = 2$ ,  $\therefore$  点 O 为  
 $\triangle ABC$  的重心,  $\therefore OB : OD = 2 : 1$ ,  $\therefore S_{\triangle BCD} = 3S_{\triangle OCD} = 6$ ,  
 $\therefore BD$  为中线,  $\therefore AD = CD$ ,  $\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle BCD} = 12$ .

17. 解:(1) GH 不变, 重心是三角形中线的交点, 它把中线分为 1 : 2 的比例, 如果中线长度不变, 题中的三条线段长度也不变, PO 是半径, 它是直角三角形 OPH 的斜边, 它的中线等于它的一半, 则 $GH = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}OP = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 = 2$ ;(2) 延长 OG 交 PH 于点 K, 延长 HG 交 OP 于点 F,  $\therefore \triangle PGH$  为直角  
三角形,  $FG = \frac{1}{2}GH = 1$ ,  $PF = \frac{1}{2}OP = 3$ ,  $\therefore PG = 2\sqrt{2}$ ,  $\therefore PH = \sqrt{8+4} = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore KG = \sqrt{3}$ ,  $\therefore OG = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore OG : PG : HG = 2\sqrt{3} : 2\sqrt{2} : 2 = \sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$ ;(3)  $\triangle PGH$  是等腰三角形有 3 种可能, ①当 $GP = PH$  时,  $PH = \sqrt{6}$ , ②当 $GP = GH$  时,  
 $PH = 0$ (不存在), ③当 $PH = GH$  时,  $PH = 2$ ,  $\therefore PH = \sqrt{6}$  或 $PH = 2$ .

### 第10课时 相似三角形的性质(1)

[要点感知] 1. 相似比 相似比 2. 相似比的平方 相似比的平方

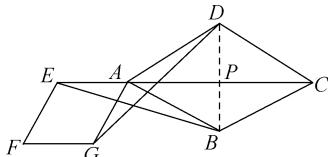
[当堂反馈] 1. A 2. C 3. A 4. D 5. D 6. D 7. D

8. D 9. D 10. 因为 $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle ACD} = 1 : 3$ , 所以 $\frac{AO}{AC} = \frac{1}{3}$ ,

所以  $\frac{AO}{OC} = \frac{1}{2}$ . 因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\triangle AOD \sim \triangle COB$ , 所以  $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle COB} = \left(\frac{AO}{OC}\right)^2 = \frac{1}{4}$ .

[巩固提升] 11.  $\frac{2}{3}$  12.  $(-4,0), (-1,0)$  或  $(1,0)$

13.  $\frac{4}{21}$  14.  $1:3$  15. 2 或  $\frac{5}{3}$  16. 解:(1)  $\angle BIC = 90^\circ + \alpha$ ,  $\angle E = \alpha$ ; (2)  $\because CI$  是  $\angle BCA$  的平分线,  $CE$  是  $\angle ACB$  的外角平分线,  $\therefore \angle ICE = \angle ICA + \angle ACE = \frac{1}{2}\angle ACB + \frac{1}{2}\angle ACD = 90^\circ$ , 分情况讨论: ① 当  $\triangle ABC \sim \triangle ICE$  时,  $\angle ABC = \angle ICE = 90^\circ$ ,  $\angle ACB = \angle IEC = \alpha$ , 所以  $\alpha = 30^\circ$ ,  $AC = 2$ . ② 当  $\triangle ACB \sim \triangle ICE$  时,  $\angle ACB = \angle ICE = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = \angle IEC = \alpha$ , 所以  $\alpha = 30^\circ$ ,  $AC = \frac{1}{2}$ . ③ 当  $\triangle BAC \sim \triangle ICE$  时,  $\angle BAC = \angle ICE = 90^\circ$ ,  $\angle IEC = \frac{1}{2}\angle BAC = 45^\circ$ , 所以  $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$ ,  $AC = AB = 1$ . 17. (1) 证明:  $\because$  菱形  $AEGF \sim$  菱形  $ABCD$ ,  $\therefore \angle EAG = \angle BAD$ ,  $\therefore \angle EAG + \angle GAB = \angle BAD + \angle GAB$ ,  $\therefore \angle EAB = \angle GAD$ ,  $\because AE = AG$ ,  $AB = AD$ ,  $\therefore \triangle AEB \cong \triangle AGD$ ,  $\therefore EB = GD$ ; (2) 解: 连接  $BD$  交  $AC$  于点  $P$ , 则  $BP \perp AC$ ,

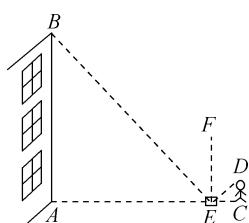


$\because \angle DAB = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle PAB = 30^\circ$ ,  $\therefore BP = \frac{1}{2}AB = 1$ ,  $AP = \sqrt{AB^2 - BP^2} = \sqrt{3}$ ,  $AE = AG = \sqrt{3}$ ,  $\therefore EP = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore EB = \sqrt{EP^2 + BP^2} = \sqrt{12+1} = \sqrt{13}$ ,  $\therefore GD = \sqrt{13}$ .

## 第 11 课时 相似三角形的性质(2)

[要点感知] 1. 相似比 角平分线 相似比 2. 相等 平方

[当堂反馈] 1. B 2. B 3. C 4. C 5. C 6. A 7. D  
8. (1) 他的根据是相似三角形对应边成比例的道理.  
(2) 如图



$\because$  反射角等于入射角,  $\therefore \angle BEA = \angle DEC$ . 又  $\because AB \perp AC$ ,  $DC \perp AC$ ,  $\therefore \angle BAE = \angle DCE = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CDE$ ,  $\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{AB}{CD}$ ,  $\frac{10}{1} = \frac{AB}{1.5}$ , 解得  $AB = 15$ . 答: 当他身高为 1.5 米时, 他估计楼房的高度为 15 米.

[巩固提升] 9. 24 10. 18 11.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$  12. 1 秒或  $\frac{32}{41}$  秒

13.  $\frac{11}{12}$  14. ①②④ 15. 解:(1)  $\because$  四边形  $EGHF$  为矩形,  $\therefore BC \parallel EF$ ,  $\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$ ; (2) 设正方形零件的边长为  $a$ , 在正方形  $EFHG$  中,  $EF \parallel BC$ ,  $EG \parallel AD$ ,  $\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$ ,  $\triangle BEG \sim \triangle BAD$ ,  $\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AB}$ ,  $\frac{EG}{AD} = \frac{BE}{AB}$ ,  $\therefore \frac{EF}{BC} + \frac{EG}{AD} = \frac{AE}{AB} + \frac{BE}{AB} = 1$ , 即  $\frac{a}{120} + \frac{a}{80} = 1$ , 解得  $a = 48$ , 即正方形零件的边长为 48; (3) 设  $EG = x$ , 则  $AK = 80 - x$ ,  $\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$ ,  $\therefore \frac{AK}{AD} = \frac{EF}{BC}$ ,  $\frac{80-x}{80} = \frac{EF}{120}$ ,  $EF = 120 - \frac{3}{2}x$ ,  $\therefore S_{\text{矩形}EFGH} = x(120 - \frac{3}{2}x) = -\frac{3}{2}x^2 + 120x = -\frac{3}{2}(x^2 - 80x + 1600 - 1600) = -\frac{3}{2}(x-40)^2 + 2400$ ,  $S_{\text{最大}} = 2400$ . 答: 这个矩形的最大面积是 2400  $\text{mm}^2$ .

16. (1) 根据题意有  $AF \parallel BC$ ,  $\therefore \angle ACB = \angle GAF$ . 又  $\because \angle ABC = \angle GFA = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABC \sim \triangle GFA$ .  $\therefore \frac{BC}{AF} = \frac{AB}{FC}$ , 得  $BC = 3.2$  (m),  $CD = (2+3)-3.2 = 1.8$  (m). (2) 设楼梯应建  $n$  个台阶, 则  $\begin{cases} 0.2n > 2.8 \\ 0.2n < 3.2 \end{cases}$ , 解得  $14 < n < 16$ , 故楼梯应建 15 个台阶.

## 第 12 课时 图形的位似

[要点感知] 1. 相似 平行 同一条直线上 位似中心  
2. (1) 相似; (2) 同一点; (3) 相似比

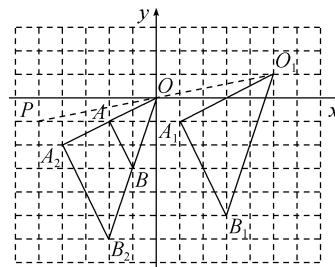
[当堂反馈] 1. D 2. A 3. C 4. A 5. D

6. 解:  $\triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  是位似图形, 理由如下:  $\because AD, BE, CF$  是  $\triangle ABC$  的中线,  $\therefore EF = \frac{1}{2}BC$ ,  $EF \parallel BC$ ,  $\therefore \angle EFG = \angle BCG$ ,  $\angle FEG = \angle CBG$ ,  $\therefore \triangle EFG \sim \triangle BCG$ ,  $\therefore \frac{EG}{BG} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$ , 同理  $\frac{FG}{CG} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{DG}{AG} = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore \frac{EG}{BG} = \frac{FG}{CG} = \frac{DG}{AG} = \frac{1}{2}$ .  $\because$  点  $G$  为  $AD, BE, CF$  的交点,  $\therefore \triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  是位似图形.

[巩固提升] 7. 9 8. 1:2

9. 1:4 10.  $(-2, -\frac{3}{2})$  或  $(2, \frac{3}{2})$  11.  $(\frac{5}{3}, -4)$

12. (1) 点  $P$  位置如图, 点  $P$  及点  $B$  的对应点  $B_1$  的坐标分别为:  $P(-5, -1)$ ,  $B_1(3, -5)$ ; (2) 如图所示,  $B_2$  的坐标为:  $B_2(-2, -6)$ ; (3)  $M_2$  的坐标为:  $M_2(-2a, -2b)$ ; (4)  $\triangle OA_2B_2$  是由  $\triangle OA_1A_1B_1$  经过平移变换后得到的图形.





13. 解:(1) ∵点E是线段BC的中点,分别以B,C为直角顶点的 $\triangle EAB$ 和 $\triangle EDC$ 均是等腰三角形,∴ $BE=EC=DC=AB$ , $\angle B=\angle C=90^\circ$ ,∴ $\triangle ABE\cong\triangle DCE$ ,∴ $AE=DE$ , $\angle AEB=\angle DEC=45^\circ$ ,∴ $\angle AED=90^\circ$ ,∴ $AE\perp ED$ .故答案为: $AE=ED$ , $AE\perp ED$ ;(2) ①由题意, $\angle B=\angle C=90^\circ$ , $AB=BE=EC=DC$ ,∴ $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比 $1:2$ ,∴ $\angle GFE=\angle B=90^\circ$ , $GF=\frac{1}{2}AB$ , $EF=\frac{1}{2}EB$ ,∴ $\angle GFE=\angle C$ , $\because EH=HC=\frac{1}{2}EC$ ,∴ $GF=HC$ , $FH=FE+EH=\frac{1}{2}EB+\frac{1}{2}EC=\frac{1}{2}BC=EC=CD$ ,∴ $\triangle HGF\cong\triangle DHC$ .∴ $GH=HD$ , $\angle GHF=\angle HDC$ .∵ $\angle HDC+\angle DHC=90^\circ$ .∴ $\angle GHF+\angle DHC=90^\circ$ .∴ $\angle GHD=90^\circ$ .∴ $GH\perp HD$ .②根据题意得出: $\because$ 当 $GH=HD$ , $GH\perp HD$ 时,∴ $\angle FHG+\angle DHC=90^\circ$ , $\begin{cases} DH=GH \\ \angle FGH=\angle DHC \\ \angle DCH=\angle GFH \end{cases}$ ,∴ $\angle FGH+\angle GFH=90^\circ$ ,∴ $\angle FGH=\angle DHC$ ,∴ $\triangle GFH\cong\triangle HCD$ ,∴ $CH=FG$ , $\because EF=FG$ ,∴ $EF=CH$ ,∴ $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比是 $k:1$ , $BC=2$ ,∴ $BE=EC=1$ ,∴ $EF=k$ ,∴ $CH$ 的长为 $k$ .

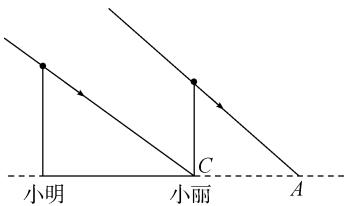
### 第13课时 用相似三角形解决问题(1)

[要点感知] 1. 平行 2. 平行

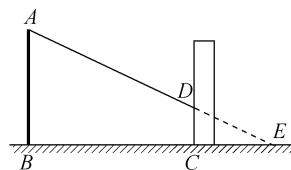
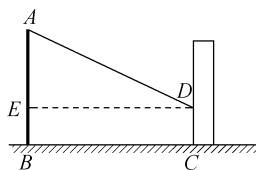
[当堂反馈] 1. B 2. A 3. C 4. C 5. B 6. A

7. 解:过点N作 $ND\perp PQ$ 于D,∴ $\frac{BC}{AB}=\frac{DN}{QD}$ ,又 $\because AB=2$ , $BC=1.6$ , $DN=PM=1.2$ ,∴ $QD=\frac{AB\cdot DN}{BC}=\frac{2\times 1.2}{1.6}=1.5$ ,∴ $PQ=QD+DP=QD+NM=1.5+1=2.5$ (m).答:木竿PQ的长度为2.5 m.

[巩固提升] 8. 24 9. 1.4 m 10. 6 11. (1) 如图所示:CA即为小丽在阳光下的影子;



(2) ∵小明身高为1.60 m,小明和小丽之间的距离为2 m,而小丽的影子长为1.75 m,设小丽的身高为x m,∴ $\frac{1.6}{2}=\frac{x}{1.75}$ ,解得:x=1.4,答:小丽的身高为1.4 m. 12. 如图,过点D作 $BC\parallel DE$ ,



∴ $CB=DE=9.6$  m, $CD=BE=2$  m,AB为旗杆高.∴在同一时刻物高与影长成比例,∴ $EA:ED=1:1.2$ ,∴ $AE=8$  m, $\therefore AB=AE+EB=8+2=10$  m,∴学校旗杆的高度为10 m.

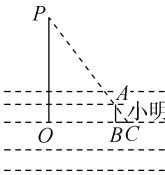
13. 解:(1) 该小组的同学在这里利用的是平行投影的有关知识进行计算的;故答案是:平行;(2) 过点E作 $EM\perp AB$ 于M,过点G作 $GN\perp CD$ 于N.则 $MB=EF=2$ , $ND=GH=3$ , $ME=BF=10$ , $NG=DH=5$ .所以 $AM=10-2=8$ ,由平行投影可知, $\frac{AM}{ME}=\frac{CN}{NG}$ ,即 $\frac{8}{10}=\frac{CD-3}{5}$ ,解得 $CD=7$ ,即电线杆的高度为7米.

### 第14课时 用相似三角形解决问题(2)

[要点感知] 1. 中心 2. 不成比例

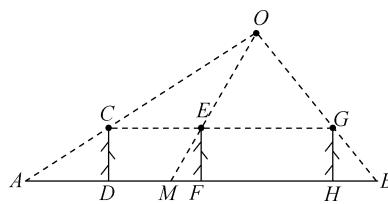
[当堂反馈] 1. B 2. B 3. B 4. B 5. A 6. B

7. (1) 如图所示:线段BC为所画的小明的影子;(2) ∵ $PO\perp OB$ , $AB\perp OB$ ,∴ $AB\parallel PO$ ,∴ $\triangle POC\sim\triangle ABC$ ,∴ $\frac{PO}{AB}=\frac{OC}{BC}$ . $\because PO=12$  cm, $BO=13$  cm, $AB=1.6$  m,设 $BC=x$  m,得: $\frac{12}{1.6}=\frac{13+x}{x}$ ,解得: $x=2$ .答:小明影子BC的长度是2 m.



[巩固提升] 8.  $\frac{6}{5}$  m 9. 6 m 10. 22.5 11. 3.5

12. 30 13. (1) 延长AC、BG相交于点O,延长OE交AB于点M,如图,则点O、FM即可所作.



(2) 设小明原来的速度为x m/s,则 $AD=DF=CE=2x$  m, $FH=EG=3x$  m, $AM=(4x-1.2)$  m, $BM=(12-4x+1.2)$  m.∵ $CG\parallel AB$ ,∴ $\triangle OCE\sim\triangle OAM$ , $\triangle OEG\sim\triangle OMB$ .

∴ $\frac{CE}{AM}=\frac{OE}{OM}$ , $\frac{EG}{MB}=\frac{OE}{OM}$ .∴ $\frac{CE}{AM}=\frac{EG}{MB}$ ,即 $\frac{2x}{4x-1.2}=\frac{3x}{13.2-4x}$ .∴ $20x^2-30x=0$ .解得 $x_1=1.5$ , $x_2=0$ (不合题意,舍去),经检验, $x=1.5$ 是原方程的解,故 $x=1.5$ .答:小明原来的速度为1.5 m/s. 14. 解:(1) ∵ $CD\parallel AB$ ,∴ $\triangle QAB\sim\triangle QCD$ .∴ $\frac{QB}{QD}=\frac{AB}{CD}$ ,∴ $DB=x$  m,他的影子 $BQ=y$  m,AB=1.7米,CD=8.5米,∴ $\frac{y}{x+y}=\frac{1.7}{8.5}$ ,整理得: $y=\frac{x}{4}$ ;(2) 由(1)可得 $BQ=\frac{DB}{4}$ ,同理可得 $PB=\frac{BF}{4}$ ,则 $PB+BQ=\frac{DB}{4}+\frac{BF}{4}=\frac{DF}{4}=12.5$ ,是定值.

## 第 15 课时 数学活动

**1. 解:**(1)  $\because S_{\triangle ACD} : S_{\triangle ABC} = AD : AB, S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ACD} = BD : AD$ , 又 $\because D$ 是 $AB$ 的黄金分割点,  $\therefore AD : AB = BD : AD$ ,  $S_{\triangle ACD} : S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ACD}$ ,  $\therefore CD$ 是 $\triangle ABC$ 的黄金分割线; (2)  $\because DF \parallel CE$ ,  $\therefore S_{\triangle DCF} = S_{\triangle EDF}$ ,  $\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle AEF}$ ,  $\therefore S_{\triangle BCD} = S_{\text{四边形 } BCFE}$ ,  $\therefore S_{\triangle ACD} : S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ACD}$ ,  $\therefore S_{\triangle AEF} : S_{\triangle ABC} = S_{\text{四边形 } BCFE} : S_{\triangle AEF}$ ,  $\therefore$ 直线 $EF$ 为 $\triangle ABC$ 的黄金分割线; (3) 连接 $BE, DE, BD$ , 过点 $E$ 作 $MN \parallel BD$ 分别交 $AD, AB$ 于 $M, N$ , 连接 $BM$ , 则 $BM$ 为四边形 $ABCD$ 的一条黄金分割线. 理由如下:  $\because$ 点 $E$ 为 $AC$ 的一个黄金分割点(靠近 $A$ ),  $\therefore S_{\triangle AED} : S_{\triangle DEC} = S_{\triangle DCE} : S_{\triangle ACD}, S_{\triangle ABE} : S_{\triangle EBC} = S_{\triangle BCE} : S_{\triangle ABC}$ ,  $\therefore MN \parallel BD$ ,  $\therefore S_{\triangle MEB} = S_{\triangle MED}$ ,  $\therefore S_{\text{四边形 } BCDM} = S_{\text{四边形 } BCDE} = S_{\triangle DCE} + S_{\triangle BCE}, S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ABE}$ ,  $\therefore S_{\triangle ABM} : S_{\text{四边形 } BCDM} = S_{\text{四边形 } BCDM} : S_{\text{四边形 } ABCD}$ ,  $\therefore BM$ 为四边形 $ABCD$ 的一条黄金分割线.

**2. 解:**(1)  $AC \parallel l$ . 理由如下: 连接 $AD$ .  $\because$ 直线 $l$ 切 $\odot A$ 于点 $D$ ,  $\therefore AD \perp l$ , 又 $CF \perp l$ ,  $\therefore AD \parallel CF$ . 同时,  $AD = 33 \text{ cm} = CF$ ,  $\therefore$ 四边形 $ADFC$ 为平行四边形, 即 $AC \parallel l$ . (2)  $\because AC \parallel l$ ,  $\therefore \angle BHC = \angle BEF = 90^\circ$ . 又 $BH = BE - HE = BE - CF = 90 - 33 = 57 \text{ (cm)}$ ,  $BC = 60 \text{ cm}$ ,  $\therefore \sin \angle ACB = \frac{BH}{BC} = \frac{57}{60} = \frac{19}{20}$ , 即 $\angle ACB = 71.8^\circ \approx 72^\circ$ .

(3)  $B'E' = 93.8 \text{ cm}$ , 设 $B'E'$ 与 $AC$ 交于点 $H'$ , 则有 $B'H' \parallel BH$ ,  $\therefore \triangle B'H'C \sim \triangle BHC$ , 得 $\frac{B'H'}{BH} = \frac{B'C}{BC}$ , 即 $\frac{93.8 - 33}{57} = \frac{B'C}{60}$ ,  $\therefore B'C = 64 \text{ cm}$ . 故 $BB' = B'C - BC = 64 - 60 = 4 \text{ (cm)}$ .  $\therefore$ 车架中立管 $BC$ 拉长的长度 $BB'$ 应是 $4 \text{ cm}$ .

**3. (1)**设灯泡离地面的高度为 $x \text{ cm}$ ,  $\because AD \parallel A'D'$ ,  $\therefore \angle PAD = \angle PA'D', \angle PDA = \angle PD'A'$ ,  $\therefore \triangle PAD \sim \triangle PA'D'$ ,  $\therefore \frac{AD}{A'D'} = \frac{PN}{PM}$ ,  $\therefore \frac{30}{36} = \frac{x-30}{x}$ , 解得 $x = 180$ .

**(2)**设横向影子 $A'B, D'C$ 的长度和为 $y \text{ cm}$ , 同理可得 $\frac{60}{60+y} = \frac{150}{180}$ , 解得 $y = 12 \text{ cm}$ ;

**(3)**记灯泡为点 $P$ , 如图,  $\because AD \parallel A'D'$ ,  $\therefore \angle PAD = \angle PA'D', \angle PDA = \angle PD'A'$ ,  $\therefore \triangle PAD \sim \triangle PA'D'$ ,  $\therefore \frac{AD}{A'D'} = \frac{PN}{PM}$ . 设灯泡离地面距离为 $x$ , 由题意, 得 $PM = x$ ,  $PN = x - a$ ,  $AD = na$ ,  $A'D' = na + b$ ,  $\therefore \frac{na}{na+b} = \frac{x-a}{x} = 1 - \frac{a}{x}$ , 解得 $x = \frac{na^2 + ab}{b}$ .

**4. (1) 证法一:** $\because AB, CD$ 相交于点 $O$ ,  $\therefore \angle AOC = \angle BOD$ ,  $\because OA = OC$ ,  $\therefore \angle OAC = \angle OCA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BOD)$ , 同理可证:  $\angle OBD = \angle ODB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BOD)$ ,  $\therefore \angle OAC = \angle OBD$ ,  $\therefore AC \parallel BD$ .

**证法二:** $AB = CD = 136 \text{ cm}$ ,  $OA = OC =$

$51 \text{ cm}$ ,  $\therefore OB = OD = 85 \text{ cm}$ ,  $\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{3}{5}$ , 又 $\because \angle AOC = \angle BOD$ ,  $\therefore \triangle AOC \sim \triangle BOD$ ,  $\therefore \angle OAC = \angle OBD$ ,  $\therefore AC \parallel BD$ ;

**(2) 解:**在 $\triangle OEF$ 中,  $OE = OF = 34 \text{ cm}$ ,  $EF = 32 \text{ cm}$ ; 过点 $O$ 作 $OM \perp EF$ 于点 $M$ , 则 $EM = 16 \text{ cm}$ ,  $\therefore \cos \angle OEF = \frac{EM}{OE} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17} \approx 0.471$ , 用科学计算器求得 $\angle OEF = 61.9^\circ$ ;

**(3) 解法一:**小红的连衣裙会拖落到地面; 在 $\text{Rt } \triangle OEM$ 中,  $OM = \sqrt{OE^2 - EM^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30 \text{ cm}$ , 过点 $A$ 作 $AH \perp BD$ 于点 $H$ , 同(1)可证:  $EF \parallel BD$ ,  $\therefore \angle ABH = \angle OEM$ , 则 $\text{Rt } \triangle OEM \sim \text{Rt } \triangle ABH$ ,  $\therefore \frac{OE}{AB} = \frac{OM}{AH}$ ,  $AH = \frac{OM \cdot AB}{OE} = \frac{30 \times 136}{34} = 120 \text{ cm}$ , 所以: 小红的连衣裙垂挂在衣架后的总长度 $122 \text{ cm} >$ 晒衣架的高度 $AH = 120 \text{ cm}$ . 小红的连衣裙会拖落到地面.

**解法二:**小红的连衣裙会拖落到地面; 同(1)可证:  $EF \parallel BD$ ,  $\therefore \angle ABD = \angle OEF = 61.9^\circ$ ; 过点 $A$ 作 $AH \perp BD$ 于点 $H$ , 在 $\text{Rt } \triangle ABH$ 中,  $\sin \angle ABD = \frac{AH}{AB}$ ,  $AH = AB \times \sin \angle ABD = 136 \times \sin 61.9^\circ = 136 \times 0.882 \approx 120.0 \text{ cm}$ , 所以: 小红的连衣裙垂挂在衣架后的总长度 $122 \text{ cm} >$ 晒衣架的高度 $AH = 120 \text{ cm}$ . 小红的连衣裙会拖落到地面.

## 第 16 课时 单元复习课

**[要点感知]** 成比例  $ad : bc = \frac{AB}{AC} : \frac{BC}{AB}$  黄金分割

$BC : AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$  成比例 相似 分别相等 成比例 夹角相等 成比例 相似比 相似比的平方 相似比放大 缩小

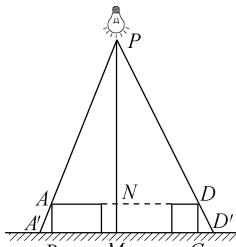
**[当堂反馈]** 1. C 2. B 3. B 4. B 5. A 6. C 7. C

8. C 9. C 10. C 11. 解: 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AMN$ 中,  $\angle A = \angle A, \frac{AC}{AB} = \frac{30}{54} = \frac{5}{9}, \frac{AM}{AN} = \frac{1}{1.8} = \frac{5}{9}$ ,  $\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMN$ ,

$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AM}{MN}$ , 即 $\frac{30}{45} = \frac{1}{MN}$ , 解得 $MN = 1.5 \text{ 千米}$ , 答:  $M, N$ 两点之间的直线距离是 $1.5 \text{ 千米}$ .

**[巩固提升]** 12. 34 13.  $\sqrt{2} : 1$  14.  $\left(0, \frac{3}{2}\right)$  15. (9,0)

16. 9 17. ①③④ 18. (1) 设经过 $x$ 秒后,  $\triangle AMN$ 的面积等于矩形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{9}$ , 则有 $\frac{1}{2}(6-2x) = \frac{1}{9} \times 3 \times 6$ , 即 $x^2 - 3x + 2 = 0$ , 解得 $x_1 = 1, x_2 = 2$ . 经检验, 可知 $x_1 = 1, x_2 = 2$ 符合题意, 所以经过1秒或2秒后,  $\triangle AMN$ 的面积等于矩形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{9}$ . (2) 假设经过 $t$ 秒, 以 $A, M, N$ 为顶点的三角形与 $\triangle ACD$ 相似, 由矩形 $ABCD$ , 可得 $\angle CDA = \angle MAN = 90^\circ$ , 因此有 $\frac{AM}{AN} = \frac{DC}{DA}$ 或 $\frac{AM}{AN} = \frac{DA}{DC}$ , 即 $\frac{t}{6-2t} = \frac{3}{6}$  ①或 $\frac{t}{6-2t} = \frac{6}{3}$  ②, 解①, 得 $t = \frac{3}{2}$ ; 解②, 得 $t = \frac{12}{5}$ . 经检验,



$t=\frac{3}{2}$ ,  $t=\frac{12}{5}$  都符合题意, 所以动点  $M, N$  同时出发后, 经过  $\frac{3}{2}$  秒或  $\frac{12}{5}$  秒时, 以  $A, M, N$  为顶点的三角形与  $\triangle ACD$  相似.

19. 解:(1) 如图 1 中, 连接  $AD$ .  $\because AB=AC=4$ ,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $\therefore \angle B=\angle ACD=45^\circ$ ,  $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=4\sqrt{2}$ ,  $\therefore DC=\frac{1}{2}BC=2\sqrt{2}$ ,  $\because ED=EC$ ,  $\angle DEC=90^\circ$ ,  $\therefore DE=EC=2$ ,  $\angle DCE=\angle EDC=45^\circ$ ,  $\therefore \angle ACE=90^\circ$ , 在  $\text{Rt}\triangle ACE$  中,  $AE=\sqrt{AC^2+CE^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$ ,  $\therefore AM=ME$ ,  $\therefore CM=\frac{1}{2}AE=\sqrt{5}$ .

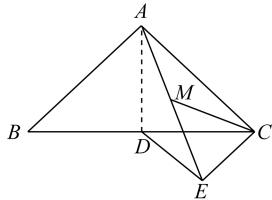


图 1

(2) 如图 2 中, 延长  $EN$  至  $F$  使  $NF=NE$ , 连接  $AF, BF$ . 在

$\triangle DNE$  和  $\triangle BNF$  中,  $\begin{cases} ND=NB \\ NE=NF \\ \angle DNE=\angle BNF \end{cases}$ ,  $\therefore \triangle DNE \cong \triangle BNF$

$\triangle BNF$ ,  $\therefore BF=DE=EC$ ,  $\angle FBN=\angle EDN$ ,  $\therefore \angle ACB=\angle DCE=45^\circ$ ,  $\therefore \angle ACE=90^\circ-\angle DCB$ ,  $\therefore \angle ABF=\angle FBN-\angle ABN=\angle BDE-\angle ABN=180^\circ-\angle DBC-\angle DGB-\angle ABN=180^\circ-\angle DBC-\angle DCB-\angle CDE-\angle ABN=180^\circ-(\angle DBC+\angle ABN)-\angle DCB-45^\circ=180^\circ-45^\circ-45^\circ-\angle DCB=90^\circ-\angle DCB=\angle ACE$ , 在  $\triangle ABF$  和  $\triangle ACE$  中,

$\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABF=\angle ACE \\ BF=CE \end{cases}$

$\therefore \angle FAE=\angle FAB+\angle BAE=\angle BAE+\angle EAC=90^\circ$ ,  $\because N$  为  $FE$  中点,  $M$  为  $AE$  中点,  $\therefore AF \parallel NM$ ,  $\therefore MN \perp AE$ .

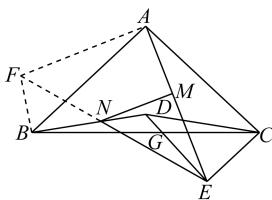


图 2

(3) 如图 3 中, 延长  $DM$  到  $G$  使得  $MG=MD$ , 连接  $AG, BG$ , 延长  $AG, EC$  交于点  $F$ .  $\because \triangle AMG \cong \triangle EMD$ ,  $\therefore AG=DE=EC$ ,  $\angle GAM=\angle DEM$ ,  $\therefore AG \parallel DE$ ,  $\therefore \angle F=\angle DEC=90^\circ$ ,  $\therefore \angle FAC+\angle ACF=90^\circ$ ,  $\angle BCD+\angle ACF=90^\circ$ ,  $\angle BCD=30^\circ$ ,  $\therefore \angle CAF=30^\circ$ ,  $\angle BAG=\angle BAC+\angle CAF=120^\circ$ ,  $\therefore \angle BAG=\angle ACE=120^\circ$ , 在  $\triangle ABG$  和  $\triangle CAE$  中,

$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAG=\angle ACE \\ \triangle ABG \cong \triangle CAE \end{cases}$ ,  $\therefore BG=AE$ ,  $\therefore BN=AG=EC$ ,  $ND, DM=MG$ ,  $\therefore BG=AE=2MN$ ,  $\therefore \angle FAC=\angle BCD=30^\circ$ , 设  $BC=2a$ , 则  $CD=a$ ,  $DE=EC=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ ,  $AC=\sqrt{2}a$ ,  $CF=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ ,  $AF=\frac{\sqrt{6}}{2}a$ ,  $EF=\sqrt{2}a$ ,  $\therefore AE=\sqrt{AF^2+EF^2}=\frac{\sqrt{14}}{2}a$ ,  $\therefore MN=\frac{\sqrt{14}}{4}a$ ,  $\therefore \frac{MN}{AC}=\frac{\frac{\sqrt{14}}{4}a}{\sqrt{2}a}=\frac{\sqrt{7}}{4}$ .

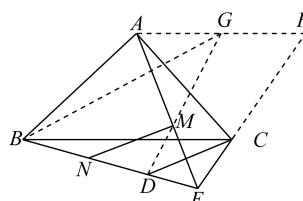


图 3

20. 解:(1)  $BD=2CE$ . 理由如下: 如图 1,

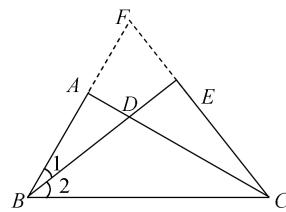


图 1

延长  $CE, BA$  交于点  $F$ .  $\because CE \perp BD$ , 交直线  $BD$  于  $E$ ,  $\therefore \angle FEB=\angle CEB=90^\circ$ .  $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $\therefore \angle 1=\angle 2$ ,  $\therefore \angle F=\angle BCF$ ,  $\therefore BF=BC$ ,  $\therefore BE \perp CF$ ,  $\therefore CF=2CE$ .

$\because \triangle ABC$  中,  $AC=AB$ ,  $\angle A=90^\circ$ ,  $\therefore \angle CBA=45^\circ$ ,  $\therefore \angle F=(180-45)^\circ \div 2=67.5^\circ$ ,  $\angle FBE=22.5^\circ$ ,  $\therefore \angle ADB=67.5^\circ$ ,

$\therefore$  在  $\triangle ADB$  和  $\triangle AFC$  中,  $\begin{cases} \angle ADB=\angle F \\ \angle BAD=\angle CAF \\ AB=AC \end{cases}$

$\triangle AFC$  (AAS),  $\therefore BD=CF$ ,  $\therefore BD=2CE$ ; (2) 结论  $BD=2CE$  仍然成立. 理由如下: 如图 2,

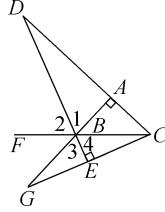


图 2

延长  $CE, AB$  交于点  $G$ .  $\because \angle 1=\angle 2$ ,  $\angle 1=\angle 3$ ,  $\angle 2=\angle 4$ ,  $\therefore \angle 3=\angle 4$ , 又  $\because BE=BE$ ,  $\angle GEB=\angle CEB=90^\circ$ ,  $\therefore \triangle GBE \cong \triangle CBE$  (ASA),  $\therefore GE=CE$ ,  $\therefore CG=2CE$ .  $\because \angle D+\angle DCG=\angle G+\angle DCG=90^\circ$ ,  $\therefore \angle D=\angle G$ , 又  $\because \angle DAB=\angle GAC=90^\circ$ ,  $\therefore \triangle DAB \sim \triangle GAC$ ,  $\therefore \frac{BD}{CG}=\frac{AB}{AC}$ ,  $\therefore AB=AC$ ,  $\therefore BD=$

$CG=2CE$ ; (3)  $BD=2nCE$ . 理由如下: 如图 3,

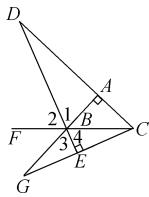


图 3

延长  $CE$ ,  $AB$  交于点  $G$ .  $\because \angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 1 = \angle 3$ ,  $\angle 2 = \angle 4$ ,  $\therefore \angle 3 = \angle 4$ , 又  $\because BE = BE$ ,  $\angle GEB = \angle CEB = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle GBE \cong \triangle CBE$  (ASA),  $\therefore GE = CE$ ,  $\therefore CG = 2CE$ .  $\because \angle D + \angle DCG = \angle G + \angle DCG = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle D = \angle G$ , 又  $\because \angle DAB = \angle GAC = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle DAB \sim \triangle GAC$ ,  $\therefore \frac{BD}{CG} = \frac{AB}{AC}$ ,  $\therefore AB = nAC$ ,  $\therefore BD = nCG = 2nCE$ .

**21. 解:** (1)  $\because PM \parallel BD$ ,  $\therefore \triangle APM \sim \triangle ABD$ ,  $\frac{AP}{AB} = \frac{PM}{BD}$ , 即  $\frac{AP}{AB} = \frac{1.6}{9.6}$ ,  $\therefore AP = \frac{1}{6}AB$ ,  $\therefore NQ \parallel AC$ ,  $\therefore \triangle BNQ \sim \triangle BCA$ ,  $\therefore \frac{BQ}{BA} = \frac{QN}{AC}$ , 即  $\frac{BQ}{AB} = \frac{1.6}{9.6}$ ,  $\therefore BQ = \frac{1}{6}AB$ , 而  $AP + PQ + BQ = AB$ ,  $\therefore \frac{1}{6}AB + 12 + \frac{1}{6}AB = AB$ ,  $\therefore AB = 18$ . 答: 两路灯的距离为 18 m; (2) 他在路灯  $A$  下的影子为  $BN$ ,  $\because BM \parallel AC$ ,  $\therefore \triangle NBM \sim \triangle NAC$ ,  $\therefore \frac{BN}{AN} = \frac{BM}{AC}$ , 即  $\frac{BN}{BN+18} = \frac{1.6}{9.6}$ , 解得  $BN = 3.6$ . 答: 当他走到路灯  $B$  的底部时, 他在路灯  $A$  下的影长是 3.6 m.

**22. 解:** (1)

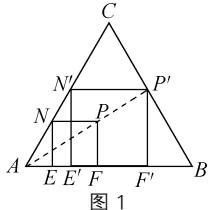


图 1

(2) 设正方形  $E'F'P'N'$  的边长为  $x$ ,  $\because \triangle ABC$  为正三角形,  $\therefore AE' = BF' = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ .  $\because E'F' + AE' + BF' = AB$ ,  $\therefore x + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x = 3 + \sqrt{3}$ ,  $\therefore x = \frac{9+3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3}$ , 即  $x = 3\sqrt{3}-3$  ( $x \approx 2.20$  也正确); (3) 如图 2,

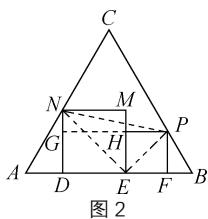


图 2

连接  $NE$ ,  $EP$ ,  $PN$ , 则  $\angle NEP = 90^\circ$ . 设正方形  $DEMN$ 、正方形  $EFPH$  的边长分别为  $m$ ,  $n$  ( $m \geq n$ ), 它们的面积和为  $S$ , 则  $NE = \sqrt{2}m$ ,  $PE = \sqrt{2}n$ ,  $\therefore PN^2 = NE^2 + PE^2 = 2m^2 + 2n^2 = 2(m^2 + n^2)$ .  $\therefore S = m^2 + n^2 = \frac{1}{2}PN^2$ . 延长  $PH$  交  $ND$  于点  $G$ , 则  $PG \perp ND$ . 在  $Rt\triangle PGN$  中,  $PN^2 = PG^2 + GN^2 = (m+n)^2 +$

$(m-n)^2$ .  $\because AD + DE + EF + BF = AB$ , 即  $\frac{\sqrt{3}}{3}m + m + n +$

$\frac{\sqrt{3}}{3}n = \sqrt{3} + 3$ , 化简得  $m + n = 3$ .  $\therefore S = \frac{1}{2}[3^2 + (m-n)^2] =$

$\frac{9}{2} + \frac{1}{2}(m-n)^2$ . ①当  $(m-n)^2 = 0$  时, 即  $m=n$  时,  $S$  最小.

$\therefore S_{\text{最小}} = \frac{9}{2}$ ; ②当  $(m-n)^2$  最大时,  $S$  最大. 即当  $m$  最大且  $n$

最小时,  $S$  最大.  $\because m+n=3$ , 由(2)知,  $m_{\text{最大}} = 3\sqrt{3}-3$ .  $\therefore S_{\text{最大}} = \frac{1}{2}[9+(m_{\text{最大}}-n_{\text{最小}})^2] = \frac{1}{2}[9+(3\sqrt{3}-3-6+3\sqrt{3})^2] =$

$99-54\sqrt{3}$ . ( $S_{\text{大}} \approx 5.47$  也正确) 综上所述,  $S_{\text{最大}} = 99-54\sqrt{3}$ ,

$S_{\text{最小}} = \frac{9}{2}$ .

**23. 解:** (1)  $\because$  一根长为 1 米的竹竿的影长为 0.8 米, 甲树的影长为 4.08 米,  $\therefore$  甲树的高度为:  $4.08 \div 0.8 = 5.1$ (m). 故答案为: 5.1; (2) 如图 1:

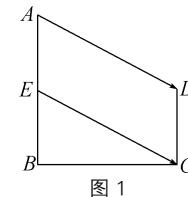


图 1

设  $AB$  为乙树的高度,  $BC=2.4$ ,  $\because$  四边形  $AECD$  是平行四边形,  $\therefore AE=CD=1.2$ , 由题意得:  $\frac{BE}{BC} = \frac{BE}{2.4} = \frac{1}{0.8}$ , 解得:  $BE=3$ , 故乙树的高度  $AB=AE+BE=4.2$  米; (3) 如图 2,

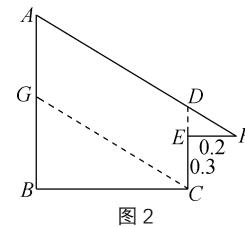


图 2

设  $AB$  为丙树的高度,  $EF=0.2$ , 由题意得:  $\frac{DE}{0.2} = \frac{1}{0.8}$ ,  $\therefore DE=0.25$ (m), 则  $CD=0.25+0.3=0.55$ (m),  $\therefore$  四边形  $AGCD$  是平行四边形,  $\therefore AG=CD=0.55$ (m), 又由题意得  $\frac{BG}{BC} = \frac{BG}{4.4} = \frac{1}{0.8}$ , 所以  $BG=5.5$ (m), 所以  $AB=AG+BG=0.55+5.5=6.05$ (m), 故选: C. (4) 如图 3: 设  $AB$  为丁树的高度,  $BC=2.4$  m,  $CD=3.2$  m,  $\because$  四边形  $AECF$  是平行四边形,  $\therefore AE=CF$ , 由题意得:  $\frac{BF}{BC} = \frac{BF}{2.4} = \frac{1}{0.8}$ , 解得:  $BE=3$ (m),  $\frac{CF}{3.2} = \frac{1.6}{2}$ , 解得  $CF=2.56$ (m), 故  $AE=CF=2.56$  米, 故丁树的高度  $AB=AE+BE=BE+CF=5.56$ (米).

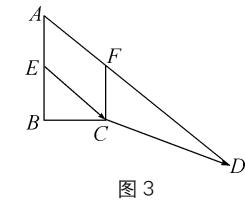


图 3



## 第六单元自测卷

- 一、1. B 2. D 3. A 4. C 5. C 6. D 7. B 8. B  
9. B 10. D

二、11. 2.8 12.  $(15-5\sqrt{5})$  13. 18 14. 4 15.  $\frac{2000}{3}$

16.  $(1, \sqrt{3})$  或  $(3, \sqrt{3})$  或  $(\frac{3}{4}, \frac{3\sqrt{3}}{4})$  或  $(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4})$  17. 3 或  $3\sqrt{2}$  18.  $y=2x$  19.  $y=\frac{4}{x} (x>0)$  20. ①②⑤

三、21.  $\because$  抛物线与  $y$  轴交于点  $C, B(3, 0)$ , 且  $BC=3\sqrt{2}$ ,  $\therefore C(0, 3)$ , 或  $C(0, -3)$ . 设抛物线的解析式为  $y=a(x+1)(x-3)$ . 当  $C(0, 3)$  时, 有  $3=a\times(0+1)(0-3)$ , 解得  $a=-1$ .  $\therefore$  抛物线的解析式为  $y=-(x+1)(x-3)$ ; 当  $C(0, -3)$  时, 有  $-3=a\times(0+1)(0-3)$ , 解得  $a=1$ .  $\therefore$  抛物线的解析式为  $y=(x+1)(x-3)$ . 22. 解: 过  $E$  作  $EG \parallel AC$  交  $BP$  于  $G$ ,  $\because EF \parallel DP, EG \parallel AC$ ,  $\therefore$  四边形  $BFEG$  是平行四边形. 在  $Rt\triangle PEG$  中,  $PE=3.6$  m,  $\angle BPC=30^\circ$ ,  $\tan\angle EPG=\frac{EG}{EP}$ ,  $\therefore EG=EP \cdot \tan\angle EPG=3.6 \times \tan 30^\circ=\frac{6\sqrt{3}}{5}$  (m). 又  $\because$  四边形  $BFEG$  是平行四边形,  $\therefore BF=EG=\frac{6\sqrt{3}}{5}$  (m), 又  $\because AD \parallel PE, \angle BDA=\angle P=30^\circ$ , 在  $Rt\triangle BAD$  中,  $\tan 30^\circ=\frac{AB}{AD}$ ,

$\therefore AB=AD\tan 30^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{10}$  (米).  $\therefore$  窗户的高度  $AF$  为:  $AB+BF=\frac{6\sqrt{3}}{5}+\frac{3\sqrt{3}}{10}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (m). 答: 窗户的高度  $AF$  为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  m.

23. 解: (1) 相似. 理由如下: 由已知得:  $AB=2, BC=3\sqrt{2}, AC=\sqrt{10}, AD=\sqrt{2}, PD=3, AP=\sqrt{5}$ ; 所以:  $\frac{AB}{AD}=\sqrt{2}, \frac{BC}{PD}=\sqrt{2}, \frac{CA}{PA}=\sqrt{2}$ ; 即:  $\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{PD}=\frac{CA}{PA}$ ; 所以  $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ .

(2) 图略,  $\triangle ACD'$  是等腰直角三角形; 因为  $AC=AD=\sqrt{10}, CD=2\sqrt{5}, CD^2=AC^2+AD^2$ , 所以  $\triangle ACD'$  是等腰直角三角形. (3) 因为  $\triangle ACD'$  是等腰直角三角形, 所以  $\angle ACD=\angle OCA+\angle OCD=45^\circ$ .

24. 证明: (1)  $\because \angle BAC=\angle DAE$ ,  $\therefore \angle BAC+\angle CAE=\angle DAE+\angle CAE$ , 即  $\angle BAE=\angle CAD$ . 在  $\triangle ABE$  与  $\triangle ACD$

中,  $\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAE=\angle CAD \end{cases}$ ,  $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ ,  $\therefore BE=CD, AE=AD$

(2) 由(1) 得  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ,  $\therefore \angle ABE=\angle ACD, BE=CD$ .  $\because M, N$  分别是  $BE, CD$  的中点,  $\therefore BM=CN$ . 在  $\triangle ABM$

与  $\triangle ACN$  中,  $\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABM=\angle ACN \\ BM=CN \end{cases}$ ,  $\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACN$

$\therefore AM=AN$ ,  $\therefore \triangle AMN$  为等腰三角形; (3) 由(2) 得  $\triangle ABM \cong \triangle ACN$ ,  $\therefore \angle BAM=\angle CAN$ ,  $\therefore \angle BAM+\angle BAN=$

$\angle CAN+\angle BAN$ , 即  $\angle MAN=\angle BAC$ , 又  $\because AM=AN, AB=AC$ ,  $\therefore AM:AB=AN:AC$ ,  $\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABC$ ;  $\because AB=AC, AD=AE$ ,  $\therefore AB:AD=AC:AE$ , 又  $\because \angle BAC=\angle DAE$ ,  $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$ ;  $\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABC \sim \triangle ADE$ .

25. (1)  $\because$  抛物线与  $x$  轴交于点  $A(1, 0), B(3, 0)$ , 可设抛物线解析式为  $y=a(x-1)(x-3)$ , 把  $C(0, -3)$  代入得:  $3a=-3$ , 解得:  $a=-1$ , 故抛物线解析式为  $y=-(x-1)(x-3)$ , 即  $y=-x^2+4x-3$ ,  $\therefore y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$ ,  $\therefore$  顶点坐标  $(2, 1)$ ; (2) 先向左平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位, 得到的抛物线的解析式为  $y=-x^2$ , 平移后抛物线的顶点为  $(0, 0)$  落在直线  $y=-x$  上.

26. (1) 证明:  $\because AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $\therefore \angle BAD=\angle DAC$ ,  $\because \angle E=\angle BAD$ ,  $\therefore \angle E=\angle DAC$ ,  $\because BE \parallel AD$ ,  $\therefore \angle E=\angle EDA$ ,  $\therefore \angle EDA=\angle DAC$ ,  $\therefore ED \parallel AC$ ; (2) 解:  $\because BE \parallel AD$ ,  $\therefore \angle EBD=\angle ADC$ ,  $\because \angle E=\angle DAC$ ,  $\therefore \triangle EBD \sim \triangle ADC$ , 且相似比  $k=\frac{BD}{DC}=2$ ,  $\therefore \frac{S_1}{S_2}=k^2=4$ , 即  $S_1=4S_2$ ,  $\therefore S_1^2-16S_2+4=0$ ,  $\therefore 16S_2^2-16S_2+4=0$ , 即  $(4S_2-2)^2=0$ ,  $\therefore S_2=\frac{1}{2}$ ,  $\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_2}=\frac{BC}{CD}=\frac{BD+CD}{CD}=\frac{3CD}{CD}=3$ ,  $\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{3}{2}$ .

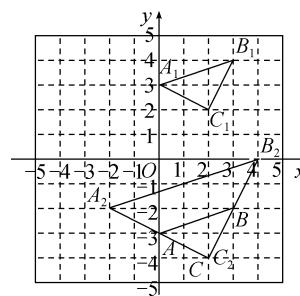
## 期中自测卷

- 一、1. D 2. A 3. D 4. B 5. B 6. C 7. C 8. D  
9. A 10. B

二、11. 3 12. 2 或 8 13.  $(-3-\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$  14.  $-2 < k < \frac{1}{2}$  15. 12 16.  $y=x^2-2x-3$  17. 75 18.  $(2+\sqrt{6}, 3)$ ,

$\frac{\sqrt{6}+1}{4}$  19.  $\sqrt{5}$  20.  $\frac{1}{2n+1}$

三、21. (1)  $(x-60), (400-2x)$  (2) 当  $x=130$  时, 最大为 9800 22. (1) 如图所示:  $\triangle A_1B_1C_1$ , 即为所求;



(2) 如图所示:  $\triangle A_2B_2C_2$ , 即为所求,  $A_2$  坐标  $(-2, -2)$ .

23. 解: (1) 把  $A(1, 0)$  代入一次函数解析式得:  $k+1=0$ , 解

得:  $k=-1$ , 根据题意得:  $\begin{cases} -\frac{b}{2a}=-\frac{3}{2} \\ a+b-2=0 \end{cases}$ , 解得:  $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases}$ ;

(2) 解方程组  $\begin{cases} y=-x+1 \\ y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-2 \end{cases}$ , 解得:  $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=-6 \\ y=7 \end{cases}$ .

则  $B$  的坐标是  $(-6, 7)$ . 根据图像可得不等式  $kx+1 > ax^2 + bx - 2$  的解集是:  $-6 < x < 1$ . 24.  $\because$  把  $\triangle ABC$  沿边  $BA$  平移到  $\triangle DEF$  的位置,  $\therefore EF \parallel AC$ ,  $\therefore \triangle BEG \sim \triangle BAC$ ,  $\therefore \frac{BE}{AB} = \sqrt{\frac{S_{\triangle BEG}}{S_{\triangle ABC}}} = \frac{2}{3}$ ,  $\because AB=2$ ,  $\therefore BE = \frac{4}{3}$ .

称轴是直线  $x=1=-\frac{b}{2a}$ ,  $\therefore 2a+b=0$ ; (2) 解:  $\because ax^2+bx-8=0$  的一个根为 4,  $\therefore 16a+4b-8=0$ ,  $\therefore 2a+b=0$ ,  $\therefore b=-2a$ ,  $\therefore 16a-8a-8=0$ , 解得:  $a=1$ , 则  $b=-2$ ,  $\therefore ax^2+bx-8=0$  为:  $x^2-2x-8=0$ , 则  $(x-4)(x+2)=0$ , 解得:  $x_1=4$ ,  $x_2=-2$ , 故方程的另一个根为: -2. 26. 解: (1)  $\triangle DOE$  是等腰三角形. 理由如下: 过点 A 作  $AM \perp BC$  于 M,  $\because AB=AC$ ,  $BC=a$  cm,  $\angle B=30^\circ$ ,  $\therefore AM=\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{a}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}a$ ,  $AC=AB=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ ,  $\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \cdot AM=\frac{\sqrt{3}}{12}a^2$ ,  $\therefore P$  在边  $AB$  上时,  $y=\frac{x}{AB} \cdot S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}ax$ ,  $P$  在边  $AC$  上时,  $y=\frac{AB+AC-x}{AB} \cdot S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{6}a^2-\frac{1}{4}ax$ , 作  $DF \perp OE$  于 F,  $\because AB=AC$ , 点  $P$  以 1 cm/s 的速度运动,  $\therefore$  点  $P$  在边  $AB$  和  $AC$  上的运动时间相同,  $\therefore$  点  $F$  是  $OE$  的中点,  $\therefore DF$  是  $OE$  的垂直平分线,  $\therefore DO=DE$ ,  $\therefore \triangle DOE$  是等腰三角形.

(2) 由题意得:  $\because AB=AC$ ,  $BC=a$  cm,  $\angle B=30^\circ$ ,  $\therefore AM=\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{a}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}a$ ,  $\therefore AB=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ ,  $\therefore D\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a, \frac{\sqrt{3}}{12}a^2\right)$ ,  $\therefore DO=DE$ ,  $AB=AC$ ,  $\therefore$  当且仅当  $\angle DOE=\angle ABC$  时,  $\triangle DOE \sim \triangle ABC$ , 在  $\text{Rt}\triangle DOF$  中,  $\tan \angle DOF=\frac{\sqrt{3}a^2}{\frac{y_D}{x_D}}=\frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{3}a}=\frac{1}{4}a$ , 由  $\frac{1}{4}a=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 得  $a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ,  $\therefore$  当  $a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

时,  $\triangle DOE \sim \triangle ABC$ . 27. (1)  $\because$  抛物线  $y=2x^2+bx+6$  过点  $A(-3, 0)$ ,  $\therefore 0=18-3b+6$ ,  $\therefore b=8$ ,  $\therefore C_1: y=2x^2+8x+6$ . 令  $y=0$ , 则  $2x^2+8x+6=0$ . 解得  $x_1=-3$ ,  $x_2=-1$ .  $\therefore m=-1$ . (2)  $\because C_1: y=2x^2+8x+6=2(x+2)^2-2$ ,  $\therefore M(-2, -2)$ .  $\therefore$  点  $M$  关于  $y$  轴的对称点  $N(2, -2)$ ,  $\therefore C_2: y=2(x-2)^2-2=2x^2-8x+6$ . (3) 由题意, 点  $A(-3, 0)$  与  $D$ , 点  $B(-1, 0)$  与  $C$  关于  $y$  轴对称,  $\therefore D(3, 0)$ ,  $C(1, 0)$ .  $\because P(t, 0)$ ,  $Q(0, -2t)$ .  $\therefore PQ: y=2x-2t$ , 当  $PQ$  过点  $C$  时, 即  $P$  与  $C$  重合时,  $t=1$ , 当  $PQ$  过点  $D$  时, 即  $P$  与  $D$  重合时,  $t=3$ . 当直线  $PQ$  与抛物线  $C_2$  有且仅有一个公共点时, 即方程  $2x^2-8x+6=2x-2t$  中  $\Delta=0$ , 得  $t=\frac{13}{4}$ . 综上, 由图得, 当  $1 \leq t < 3$  或  $t=\frac{13}{4}$  时,  $PQ$  与抛物线  $C_2$  有且仅有一个公共点.

28. (1) 证明:  $\because EF \parallel BC$ ,  $PQ \parallel BC$ ,  $\therefore \frac{EF}{BC}=\frac{AE}{AB}$ ,  $\frac{PQ}{BC}=\frac{AP}{AB}$ ,

$$\because AE=BP, \therefore AP=BE, \therefore \frac{EF}{BC}+\frac{PQ}{BC}=\frac{AE}{AB}+\frac{BE}{AB}=1,$$

$$\therefore \frac{EF+PQ}{BC}=1, \therefore EF+PQ=BC; (2) \text{解:} \text{过点 } A \text{ 作 } AH \perp BC \text{ 于 } H, \text{ 分别交 } PQ \text{ 于 } M, N, \text{ 设 } EF=a, PQ=b, AM=h, \text{ 则 } BC=a+b, \because EF \parallel PQ, \therefore \triangle AEF \sim \triangle APQ, \therefore \frac{AM}{AN}=\frac{EF}{PQ},$$

$$\therefore AN=\frac{b}{a}h, MN=\left(\frac{b}{a}-1\right)h, \therefore S_1=\frac{1}{2}ah, S_2=\frac{1}{2}(a+b)\left(\frac{b}{a}-1\right)h, S_3=\frac{1}{2}(b+a+b)h, \therefore S_1+S_3=S_2, \therefore \frac{1}{2}ah+\frac{1}{2}(a+b+b)h=\frac{1}{2}(a+b)\left(\frac{b}{a}-1\right)h, \text{ 解得: } b=3a, \therefore \frac{PQ}{AE}=3, \therefore \frac{PE}{AE}=2; (3) \text{解:} \because S_3-S_1=S_2, \therefore \frac{1}{2}(a+b+b)h-\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}(a+b)\left(\frac{b}{a}-1\right)h, \text{ 解得: } b=(1 \pm \sqrt{2})a (\text{负值舍去}), \therefore b=(1+\sqrt{2})a, \therefore \frac{PQ}{AE}=1+\sqrt{2}, \therefore \frac{PE}{AE}=\sqrt{2}.$$

29. (1)  $\because$  点  $A(1, 4)$  在反比例函数  $y=\frac{4}{x} (x>0)$  的图像上,  $\therefore m=1 \times 4=4$ , 故

答案为: 4. (2)  $\because$  点  $B(2, a)$  在反比例函数  $y=\frac{4}{x}$  的图像上,  $\therefore a=\frac{4}{2}=2, \therefore B(2, 2)$ . 设过点  $A, B$  的直线的解析式为  $y=kx+b$ ,  $\therefore \begin{cases} 4=k+b \\ 2=2k+b \end{cases}$ , 解得:  $\begin{cases} k=-2 \\ b=6 \end{cases}$ ,  $\therefore$  过点  $A, B$  的直线的解析式为  $y=-2x+6$ . 当  $y=0$  时, 有  $-2x+6=0$ , 解得:  $x=3$ ,  $\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(3, 0)$ . (3) 假设存在, 设点  $E$  的坐标为  $(n, 0)$ .

① 当  $\angle ABE=90^\circ$  时(如图 1 所示),

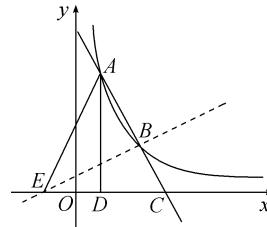


图 1

$\because A(1, 4), B(2, 2), C(3, 0)$ ,  $\therefore B$  是  $AC$  的中点,  $\therefore EB$  垂直平分  $AC$ ,  $EA=EC=n+3$ . 由勾股定理得:  $AD^2+DE^2=AE^2$ , 即  $4^2+(x+1)^2=(x+3)^2$ , 解得:  $x=-2$ , 此时点  $E$  的坐标为  $(-2, 0)$ ; ② 当  $\angle BAE=90^\circ$  时,  $\angle ABE > \angle ACD$ , (如图 2)

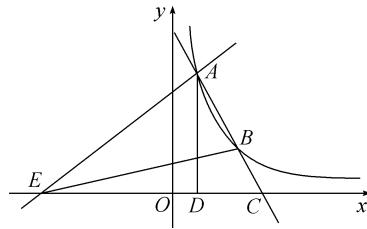


图 2

故  $\triangle EBA$  与  $\triangle ACD$  不可能相似; ③ 当  $\angle AEB=90^\circ$  时,  $\because A(1, 4), B(2, 2)$ ,  $\therefore AB=\sqrt{5}, 2>\frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $\therefore$  以  $AB$  为直径作圆

与  $x$  轴无交点(如图 3),

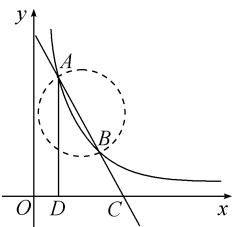


图 3

$\therefore$  不存在  $\angle AEB=90^\circ$ . 综上可知: 在  $x$  轴上存在点  $E$ , 使以  $A, B, E$  为顶点的三角形与  $\triangle ACD$  相似, 点  $E$  的坐标为  $(-2, 0)$ .

30. (1)  $\because$  在矩形  $ABCD$  中,  $AB=6 \text{ cm}$ ,  $BC=8 \text{ cm}$ ,  $\therefore AC=10$ , ①当  $AP=PO=t$ , 如图 1,

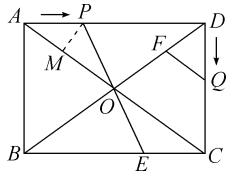


图 1

过  $P$  作  $PM \perp AO$ ,  $\therefore AM=\frac{1}{2}AO=\frac{5}{2}$ ,  $\therefore \angle PMA=\angle ADC=90^\circ$ ,  $\angle PAM=\angle CAD$ ,  $\therefore \triangle APM \sim \triangle ADC$ ,  $\therefore \frac{AP}{AC}=\frac{AM}{AD}$ ,  $\therefore AP=t=\frac{25}{8}$ , ②当  $AP=AO=t=5$ ,  $\therefore$  当  $t$  为  $\frac{25}{8}$  或 5 时,  $\triangle AOP$  是等腰三角形; (2) 过点  $O$  作  $OH \perp BC$  交  $BC$  于点  $H$ , 如图 2,

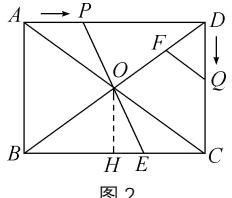


图 2

则  $OH=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AB=3 \text{ cm}$ . 由矩形的性质可知  $\angle PDO=\angle EBO$ ,  $DO=BO$ , 又得  $\angle DOP=\angle BOE$ ,  $\therefore \triangle DOP \cong \triangle BOE$ ,  $\therefore BE=PD=8-t$ , 则  $S_{\triangle BOE}=\frac{1}{2}BE \cdot OH=\frac{1}{2} \times 3(8-t)=12-\frac{3}{2}t$ .  $\because FQ \parallel AC$ ,  $\therefore \triangle DFQ \sim \triangle DOC$ , 相似比为  $\frac{DQ}{DC}=\frac{t}{6}$ ,  $\therefore \frac{S_{\triangle DFQ}}{S_{\triangle DOC}}=\frac{t^2}{36}$ .  $\because S_{\triangle DOC}=\frac{1}{4}S_{\text{矩形 } ABCD}=\frac{1}{4} \times 6 \times 8=12 \text{ cm}^2$ ,  $\therefore S_{\triangle DFQ}=12 \times \frac{t^2}{36}=\frac{t^2}{3}$ .  $\therefore S_{\text{五边形 } OEQOF}=S_{\triangle DBC}-S_{\triangle BOE}-S_{\triangle DFQ}=12 \times 8-\left(12-\frac{3}{2}t\right)-\frac{t^2}{3}=-\frac{1}{3}t^2+\frac{3}{2}t+12$ ;  $\therefore S$  与  $t$  的函数关系式为  $S=-\frac{1}{3}t^2+\frac{3}{2}t+12$ ; (3) 存在,  $\because S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2} \times 6 \times 8=24$ ,  $\therefore S_{\text{五边形 } OEQOF}:S_{\triangle ACD}=$

$\left(-\frac{1}{3}t^2+\frac{3}{2}t+12\right):24=9:16$ , 解得  $t=3$ , 或  $t=\frac{3}{2}$ ,  $\therefore t=3$  或  $\frac{3}{2}$  时,  $S_{\text{五边形 } OEQOF}:S_{\triangle ACD}=9:16$ ; (4) 如图 3, 过  $D$  作  $DM \perp PE$  于  $M$ ,  $DN \perp AC$  于  $N$ ,

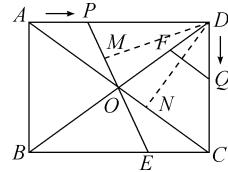


图 3

$\because \angle POD=\angle COD$ ,  $\therefore DM=DN=\frac{24}{5}$ ,  $\therefore ON=OM=\sqrt{OD^2-DN^2}=\frac{7}{5}$ ,  $\therefore OP \cdot DM=3PD$ ,  $\therefore OP=5-\frac{5}{8}t$ ,  $\therefore PM=\frac{18}{5}-\frac{5}{8}t$ ,  $\therefore PD^2=PM^2+DM^2$ ,  $\therefore (8-t)^2=\left(\frac{18}{5}-\frac{5}{8}t\right)^2+\left(\frac{24}{5}\right)^2$ , 解得:  $t \approx 15$  (不合题意, 舍去),  $t=\frac{112}{39}$ ,  $\therefore$  当  $t=\frac{112}{39}$  时,  $OD$  平分  $\angle COP$ .

## 第七章 锐角三角函数

### 第 1 课时 正切(1)

[要点感知] 1. 正切  $\tan A$  直角 2. 确定

[当堂反馈] 1. D 2. A 3. D 4. A 5. D 6. D 7. A 8. A 9. 解:  $\because \tan A=\frac{4}{3}$ ,  $\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{4}{3}$ ,  $\therefore BC=8 \text{ cm}$ ,  $\therefore AC=6 \text{ cm}$ .

[巩固提升] 10.  $\frac{1}{2}$  11.  $\frac{1}{3}$  12.  $\frac{1}{2}$  13.  $\frac{1}{2}$  14. 解: 过点  $A$  作  $AD \perp BC$ , 交  $BC$  的延长线于  $D$ ,  $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \cdot AD=\frac{1}{2} \times 6 \cdot AD=12$ , 解得  $AD=4$ , 在  $Rt\triangle ABD$  中,  $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ ,  $\tan \angle B=\frac{AD}{BD}=\frac{4}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

15. 解: 根据图形有:  $\angle AFE+\angle EFC+\angle BFC=180^\circ$ , 根据折叠的性质,  $\angle EFC=\angle EDC=90^\circ$ , 即  $\angle AFE+\angle BFC=90^\circ$ , 而  $Rt\triangle BCF$  中, 有  $\angle BCF+\angle BFC=90^\circ$ , 易得  $\angle AFE=\angle BCF$ , 在  $Rt\triangle BFC$  中, 根据折叠的性质, 有  $CF=CD$ , 在  $Rt\triangle BFC$  中,  $BC=8$ ,  $CF=CD=10$ , 由勾股定理易得  $BF=6$ , 则  $\tan \angle BCF=\frac{3}{4}$ ; 故有  $\tan \angle AFE=\tan \angle BCF=\frac{3}{4}$ .

16. (1) 证明: 连接  $OC$ .  $\because OA=OC$ ,  $\therefore \angle OAC=\angle OCA$ .  $\because CE$  是  $\odot O$  的切线,  $\therefore \angle OCE=90^\circ$ .  $\because AE \perp CE$ ,  $\therefore \angle AEC=\angle OCE=90^\circ$ .  $\therefore OC \parallel AE$ .  $\therefore \angle OCA=\angle CAD$ .  $\therefore \angle CAD=\angle BAC$ .  $\therefore \widehat{DC}=\widehat{BC}$ .  $\therefore DC=BC$ ; (2) 解:  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ACB=90^\circ$ ,  $\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ .  $\because \angle CAE=\angle BAC$ ,  $\angle AEC=\angle ACB=90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ACE \sim$

$\triangle ABC$ .  $\because \frac{EC}{CB} = \frac{AC}{AB}$ .  $\therefore \frac{EC}{3} = \frac{4}{5}$ ,  $EC = \frac{12}{5}$ .  $\therefore DC = BC = 3$ ,  
 $\therefore ED = \sqrt{DC^2 - CE^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}$ .  $\therefore \tan \angle DCE = \frac{ED}{EC} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{12}{5}} = \frac{3}{4}$ .

## 第2课时 正切(2)

[要点感知] 1. 越大 2. 另一条直角边长

[当堂反馈] 1. C 2. A 3. D 4. D 5. C 6. A

7. 解: 根据题意可得,  $AC = BC = \sqrt{5}$ ,  $CD = CE = \sqrt{10}$ ,  $AD = BE = 5$ ,  $\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ .  $\therefore \angle ADC = \angle BEC$ ;  $\therefore \tan \angle ADC = \tan \angle BEC = \frac{1}{3}$ .

[巩固提升] 8. 3 9.  $\frac{3}{5}$  10.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  11.  $\frac{4}{3}$  12. 如图1所示:  $\tan \angle AOB = \frac{AB}{AO} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$ , 如图2所示:  $\tan \angle AOB = \frac{AB}{AO} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$ , 如图3所示:  $\tan \angle AOB = \frac{AB}{AO} = \frac{3}{1} = 3$ , 故  $\tan \angle AOB$  的值分别为1、2、3.

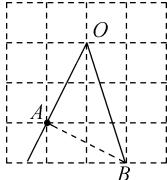


图1

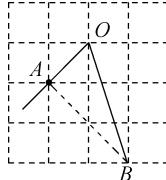


图2

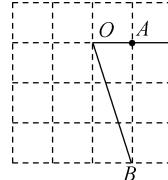
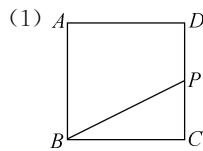
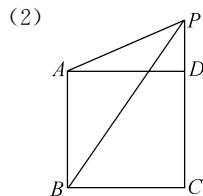


图3

13. 此题有两种可能:



$$\because BC = 2, DP = 1, \angle C = 90^\circ, \therefore \tan \angle BPC = \frac{BC}{PC} = 2;$$



$$\because DP = 1, DC = 2, \therefore PC = 3, \text{又} \because BC = 2, \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle BPC = \frac{BC}{PC} = \frac{2}{3}. \text{故答案为: } 2 \text{ 或 } \frac{2}{3}.$$

14. 解: (1)  $\because CD$  切  $\odot O$  于点  $D$ ,  $\therefore CD \perp OD$ , 又  $\because AB = 2AC$ ,  $\therefore OD = AO = AC = \frac{1}{2}CO$ ,  $\therefore \angle C = 30^\circ$ ,  $\therefore \tan \angle C = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;  
(2) 连接  $AD$ .  $\because AB$  是直径,  $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle DOA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ , 又  $\because OD = OA$ ,  $\therefore \triangle DAO$  是等边三角形.  
 $\therefore DA = r = 2$ ,  $\therefore DB = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ . 15. (1) 证明:  $\because AE$

是  $\angle BAC$  的平分线,  $EC \perp AC$ ,  $EF \perp AF$ ,  $\therefore CE = EF$ , 在  $Rt\triangle ACE$  与  $Rt\triangle AFE$  中,  $\begin{cases} CE = EF, \\ AE = AE, \end{cases}$   $\therefore Rt\triangle ACE \cong Rt\triangle AFE$  (HL); (2) 解: 由(1)可知  $\triangle ACE \cong \triangle AFE$ ,  $\therefore AC = AF$ ,  $CE = EF$ , 设  $BF = m$ , 则  $AF = 2m$ ,  $AC = 2m$ ,  $AB = 3m$ ,  $\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9m^2 - 4m^2} = \sqrt{5}m$ ,  $\therefore \angle C = \angle EFB = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle EFB \sim \triangle ACB$ ,  $\therefore \frac{EF}{AC} = \frac{FB}{BC}$ ,  $\therefore CE = EF$ ,  $\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{m}{\sqrt{5}m} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\therefore \tan \angle CAE = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

## 第3课时 正弦、余弦(1)

[要点感知] 1. 正弦  $\sin A$  2. 余弦  $\cos A$  3. 三角函数唯一

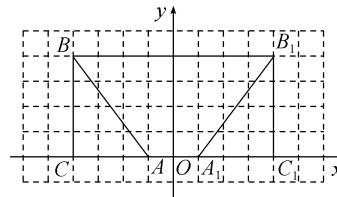
[当堂反馈] 1. A 2. B 3. C 4. C 5. B 6. B 7. A

8. 解: (1) 在  $Rt\triangle BPE$  中,  $\sin \angle EBP = \frac{PE}{BP} = \sin 40^\circ$ , 在  $Rt\triangle BPF$  中,  $\sin \angle FBP = \frac{PF}{BP} = \sin 20^\circ$ , 又  $\sin 40^\circ > \sin 20^\circ$ ,  $\therefore PE > PF$ ; (2) 根据(1)得  $\sin \angle EBP = \frac{PE}{BP} = \sin \alpha$ ,  $\sin \angle FBP = \frac{PF}{BP} = \sin \beta$ , 又  $\alpha > \beta$  且  $\alpha, \beta$  都是锐角,  $\therefore \sin \alpha > \sin \beta$ ,  $\therefore PE > PF$ .

[巩固提升] 9.  $\frac{5}{13}, \frac{12}{13}, \frac{5}{12}$  10. ②③ 11.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  12.  $\frac{4}{5}$

13.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  14. (1)  $\because AC = 3, BC = 4$ ,  $\therefore AB = 5$ .  $\sin B = \frac{3}{5}$ ;

(2) 如图所示:



由轴对称性质得  $AA_1 = 2, BB_1 = 8$ , 高是 4,  $\therefore S_{梯形AA_1B_1B} = \frac{1}{2} \times (AA_1 + BB_1) \times 4 = 20$ . 15. (1) 证明: 连接  $OD, BD$ .  $\because OD = OB$ ,  $\therefore \angle ODB = \angle OBD$ .  $\because AB$  是直径,  $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle CDB = 90^\circ$ .  $\because E$  为  $BC$  的中点,  $\therefore DE = BE$ ,  $\therefore \angle EDB = \angle EBD$ ,  $\therefore \angle ODB + \angle EDB = \angle OBD + \angle EBD$ , 即  $\angle EDO = \angle EBO$ .  $\because BC$  是以  $AB$  为直径的  $\odot O$  的切线,  $\therefore AB \perp BC$ ,

$\therefore \angle EBO = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ODE = 90^\circ$ ,  $\therefore DE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 解: 作  $EF \perp CD$  于点  $F$ , 设  $EF = x$ ,  $\because \angle C = 45^\circ$ ,  $\therefore \triangle CEF, \triangle ABC$  都是等腰直角三角形,  $\therefore CF = EF = x$ ,

$\therefore BE = CE = \sqrt{2}x$ ,  $\therefore AB = BC = 2\sqrt{2}x$ , 在  $Rt\triangle ABE$  中,  $AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{10}x$ ,  $\therefore \sin \angle CAE = \frac{EF}{AE} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ .

## 第4课时 正弦、余弦(2)

[要点感知] 1.  $= =$  2.  $\frac{a}{c} \quad \frac{b}{c} \quad 1$

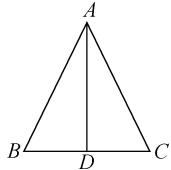
[当堂反馈] 1. D 2. A 3. B 4. A 5. D 6. D 7. D

8. 解:(1) 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中,①设 $AB=AC=4$ ,则 $BC=6$ ,作 $AD\perp BC$ 于点D,则 $BD=CD=\frac{1}{2}BC=3$ , $\therefore \cos B=\frac{3}{4}$ . ②设底 $BC=4$ ,则 $AB=AC=5$ ,作 $AD\perp BC$ 于点D,则

$BD=CD=\frac{1}{2}BC=2$ , $\therefore \cos B=\frac{2}{5}$ . (2) 作 $BH\perp OA$ 于点H,则

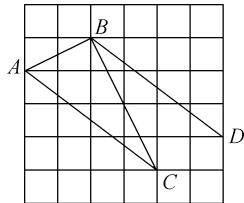
$\angle BHO=90^\circ$ , $\sin \angle BOA=\frac{BH}{BO}=\frac{3}{5}$ , $\therefore BO=5$ , $\therefore BH=3$ ,

由勾股定理得 $OH=\sqrt{5^2-3^2}=4$ , $\therefore \cos \angle BOA=\frac{OH}{OB}=\frac{4}{5}$ .

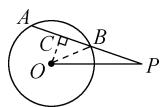


[巩固提升] 9.  $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{1}{3}$  10. 9 11.  $\frac{3}{2} < m < 2$

12. (15,4) 13.  $\frac{5\sqrt{7}}{14}$  14. D 15. 解:(1) 如图.



(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ , $BC=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$ , $AC=\sqrt{3^2+4^2}=5$ . 则 $AB^2+BC^2=AC^2$ , $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ABC=90^\circ$ , $\therefore \sin \angle BCA=\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ , $\therefore$ 线段BD是由线段AC平移得到的, $\therefore BD\parallel AC$ , $\therefore \angle DBC=\angle BCA$ , $\therefore \sin \angle DBC=\sin \angle BCA=\frac{\sqrt{5}}{5}$ . 16. 解:(1)  $\because PA=18$ , $PB=8$ , $\therefore AB=10$ ,作 $OC\perp AB$ 于C,连接OB,



$\therefore BC=5$ , $OB=6$ , $\therefore OC=\sqrt{11}$ ; (2)  $CP=13$ , $OC=\sqrt{11}$ , $OP=\sqrt{169+11}=6\sqrt{5}$ , $\therefore \sin P=\frac{\sqrt{55}}{30}$ .

### 第5课时 特殊角的三角函数(1)

[要点感知] 1.  $\frac{1}{2}$   $\frac{\sqrt{2}}{2}$   $\frac{\sqrt{3}}{2}$   $\frac{\sqrt{3}}{2}$   $\frac{\sqrt{2}}{2}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{\sqrt{3}}{3}$  1  $\sqrt{3}$

根号 2. 大小  $30^\circ$

[当堂反馈] 1. C 2. D 3. B 4. D 5. A 6. A

7. D 8. B 9. 解:(1) 原式 $=2\times\frac{1}{2}-2\times1=-1$ ;(2) 原式 $=$

$\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{4}{3}$ . 10. 解:原式 $=1-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times1+2\sqrt{2}-1+3=3$ .

[巩固提升] 11.  $\frac{2}{3}$  12.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$  13. (1)  $60^\circ$ ;(2)  $75^\circ$ ;

(3)  $75^\circ$ ;(4)  $75^\circ$ . 14. (1)  $\frac{1}{4}$ ;(2) 1. 15.  $5\sqrt{3}$

16. 解:(1) 原式 $=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+1-3=-2$ . (2) 原式 $=\frac{x+1-1}{x+1}\cdot\frac{(x+1)^2}{x}=x+1$ , $\therefore x=(\sqrt{3}+1)^0+(\frac{1}{2})^{-1}\cdot\tan 60^\circ=1+2\sqrt{3}$ , $\therefore$ 当 $x=1+2\sqrt{3}$ 时,原式 $=2\sqrt{3}+2$ .

17. (1) 证明:如图1,

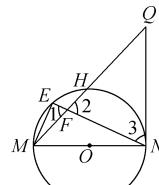


图1

$\because ME^2=EF\cdot EN$ , $\therefore \frac{ME}{EN}=\frac{EF}{ME}$ . 又 $\because \angle MEF=\angle MEN$ , $\therefore \triangle FEM\sim \triangle MEN$ , $\therefore \angle 1=\angle EMN$ . $\because \angle 1=\angle 2$ , $\angle 3=\angle EMN$ , $\therefore \angle 2=\angle 3$ , $\therefore QN=QF$ ;(2) 解:如图2,连接OE交MQ于点G,设 $\odot O$ 的半径是r.

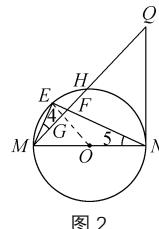
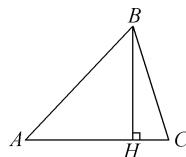


图2

由(1)知, $\triangle FEM\sim \triangle MEN$ ,则 $\angle 4=\angle 5$ . $\therefore \widehat{ME}=\widehat{EH}$ . $\therefore OE\perp MQ$ , $\therefore EG=1$ . $\therefore \cos \angle Q=\frac{3}{5}$ ,且 $\angle Q+\angle GMO=90^\circ$ , $\therefore \sin \angle GMO=\frac{3}{5}$ , $\therefore \frac{OG}{OM}=\frac{3}{5}$ ,即 $\frac{r-1}{r}=\frac{3}{5}$ ,解得 $r=2.5$ ,即 $\odot O$ 的半径是2.5. 18. 解:①②③④都填1.(1) 如下图,过点B作 $BH\perp BC$ 于点H, $BH^2+AH^2=AB^2$



则 $\sin A=\frac{BH}{AB}$ , $\cos A=\frac{AH}{AB}$ ,所以 $\sin^2 A+\cos^2 B=\frac{BH^2}{AB^2}+\frac{AH^2}{AB^2}=\frac{BH^2+AH^2}{AB^2}=1$ . (2)  $\because \sin^2 A+\cos^2 B=1$ , $\sin A=\frac{3}{5}$ , $\therefore \cos^2 A=1-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$ , $\therefore \cos A>0$ , $\therefore \cos A=\frac{4}{5}$ .



## 第6课时 特殊角的三角函数(2)

[要点感知]  $60^\circ$  按键顺序略 23.57817848 23.58

[当堂反馈] 1. B 2. D 3. C 4. C 5. C 6. D 7. C

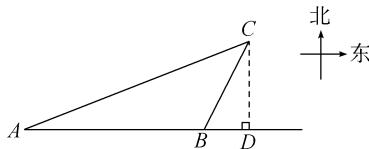
8. B 9. (1) 0.364 0; 0.839 1; 1.732 1; 5.671 3;  $\tan 20^\circ < \tan 40^\circ < \tan 60^\circ < \tan 80^\circ$ ; 大; (2) 0.939 7; 0.766 0; 0.5; 0.173 6;  $\cos 20^\circ > \cos 40^\circ > \cos 60^\circ > \cos 80^\circ$ ; 小; (3) 0.342 0; 0.642 8; 0.866 0; 0.984 8;  $\sin 20^\circ < \sin 40^\circ < \sin 60^\circ < \sin 80^\circ$ ; 大.

10. 解: (1)  $\sin A = 0.981 6$ ,  $\angle A \approx 78.99^\circ \approx 78^\circ 59'28''$ ; (2)  $\cos A = 0.860 7$ ,  $\angle A \approx 30.605^\circ \approx 30^\circ 36'18''$ ; (3)  $\tan A = 0.189 0$ ,  $\angle A \approx 10.703^\circ \approx 10^\circ 42'11''$ ; (4)  $\tan A = 56.78$ ,  $\angle A \approx 88.991^\circ \approx 88^\circ 59'28''$ .

[巩固提升] 11.  $48^\circ 24'$  12. 10.02 13. 200 mm 14.  $60^\circ$

15.  $\frac{49}{2}$  16. 0.5 17. B 18. B 19. (1) 解:  $\sin 25^\circ + \sin 46^\circ > \sin 71^\circ$ ;  $\sin 25^\circ + \sin 46^\circ = 0.423 + 0.719 = 1.142$ ,  $\sin 71^\circ = 0.956$ ,  $\sin 25^\circ + \sin 46^\circ > \sin 71^\circ$ ; (2) 解:  $\sin \alpha + \sin \beta > \sin(\alpha + \beta)$ ; (3) 证明:  $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{AB}{OA} + \frac{BC}{OB}$ ,  $\sin(\alpha + \beta) = \frac{AE}{OA}$ ,  $\because OB < OA$ ,  $\therefore \frac{BC}{OB} > \frac{BC}{OA}$ ,  $\therefore \frac{AB}{OA} + \frac{BC}{OB} > \frac{AB}{OA} + \frac{BC}{OA} = \frac{AB+BC}{OA}$ .  $\because AB + BC > AE$ ,  $\therefore \frac{AB+BC}{OA} > \frac{AE}{OA}$ ,  $\therefore \sin \alpha + \sin \beta > \sin(\alpha + \beta)$ .

20. 解: 过 C 作 AB 的垂线, 交直线 AB 于点 D, 得到  $\text{Rt}\triangle ACD$  与  $\text{Rt}\triangle BCD$ .



设  $BD=x$  海里, 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\tan \angle CBD = \frac{CD}{BD}$ ,  $\therefore CD = x \cdot \tan 63.5^\circ$ . 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $AD = AB + BD = (60+x)$ ,  $\tan \angle A = \frac{CD}{AD}$ ,  $\therefore CD = (60+x) \cdot \tan 21.3^\circ$ .  $\therefore x \cdot \tan 63.5^\circ = (60+x) \cdot \tan 21.3^\circ$ , 即  $2x = 0.4(60+x)$ . 解得,  $x=15$ . 答: 轮船继续向东航行 15 海里, 距离小岛 C 最近.

## 第7课时 解直角三角形(1)

[要点感知] 1. 5  $a^2 + b^2 = c^2$  勾股  $\angle A + \angle B = 90^\circ$

互余  $\frac{a}{c}$   $\frac{b}{c}$   $\frac{a}{b}$  2. 已知元素 未知元素

[当堂反馈] 1. D 2. B 3. A 4. A 5. D 6. D 7. D

8.  $\angle B = 30^\circ$ ,  $a=12$ ,  $b=4\sqrt{3}$ .

[巩固提升] 9.  $4\sqrt{2}$  10.  $4\sqrt{3}-4$  11.  $2+\sqrt{3}$  或  $2-\sqrt{3}$  或

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  12.  $4\sqrt{3}$  13.  $\frac{6}{5}$  14. 4.8 15.  $\because$  在直角  $\triangle ABD$  中,

$\tan \angle BAD = \frac{BD}{AD} = \frac{3}{4}$ ,  $\therefore BD = AD \cdot \tan \angle BAD = 12 \times \frac{3}{4} = 9$ ,  $\therefore CD = BC - BD = 14 - 9 = 5$ ,  $\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ ,  $\therefore \sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{12}{13}$ . 16. 解: 在  $\triangle EDB$  中,

$\angle EDB = 90^\circ$ ,  $\angle E = 30^\circ$ ,  $DE = 6$ ,  $\therefore DB = DE \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore AD = AB - DB = 6 - 2\sqrt{3}$ , 又  $\because \angle A = 45^\circ$ ,

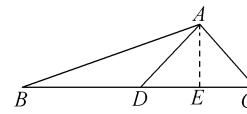
$\angle AFD = 45^\circ$ , 得  $FD = AD$ ,  $\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} AD^2 = \frac{1}{2} \times (6 - 2\sqrt{3})^2 = 24 - 12\sqrt{3}$ , 在等腰直角三角形 ABC 中, 斜边  $AB = 6$ ,

$\therefore AC = BC = 3\sqrt{2}$ ,  $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC^2 = 9$ ,  $\therefore S_{\text{四边形 } DBCF} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADF} = 9 - (24 - 12\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} - 15$ .

17. 解: (1) 过点 A 作  $AE \perp BC$  于点 E,  $\because \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\therefore \angle C = 45^\circ$ , 在  $\text{Rt}\triangle ACE$  中,

$CE = AC \cdot \cos C = 1$ ,  $\therefore AE = CE = 1$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $\tan B = \frac{1}{3}$ , 即  $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{3}$ ,  $\therefore BE = 3AE = 3$ ,  $\therefore BC = BE + CE = 4$ ; (2)  $\because AD$  是  $\triangle ABC$  的中线,  $\therefore CD = \frac{1}{2} BC = 2$ ,  $\therefore DE = CD - CE = 1$ ,  $\because AE \perp BC$ ,  $DE = AE$ ,  $\therefore \angle ADC = 45^\circ$ ,

$$\therefore \sin \angle ADC = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



## 第8课时 解直角三角形(2)

[要点感知] 1. 高 直角 2. 直角  $\frac{180}{n}$

[当堂反馈] 1. A 2. C 3. D 4. C 5. C 6. C

7. 解: (1)  $\because BD \perp AC$ ,  $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ , 在  $\text{Rt}\triangle ADB$  中,  $AB = 6$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\therefore BD = \frac{1}{2} AB = 3$ ,  $\therefore AD = \sqrt{3} BD = 3\sqrt{3}$ ;

(2)  $CD = AC - AD = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ , 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\tan \angle C = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

[巩固提升] 8. A 9. B 10. C 11. 1 或 2. 12.  $200\sqrt{3} \pm 150$

13. 解:  $\because \angle B = 90^\circ$ ,  $\angle BDC = 45^\circ$ ,  $\therefore \triangle BCD$  为等腰直角三角形,  $\therefore BD = BC$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\tan \angle A = \tan 30^\circ = \frac{BC}{AB}$ , 即  $\frac{BC}{BC+4} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 解得  $BC = 2(\sqrt{3}+1)$ .

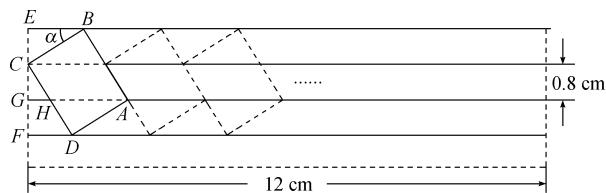
14. 解: (1)  $\because \angle ACB = 90^\circ$ , CD 是斜边 AB 上的中线,  $\therefore CD = BD$ ,  $\therefore \angle B = \angle BCD$ ,  $\because AE \perp CD$ ,  $\therefore \angle CAH + \angle ACH = 90^\circ$ , 又  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BCD + \angle ACH = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle B = \angle BCD = \angle CAH$ , 即  $\angle B = \angle CAH$ ,  $\therefore AH = 2CH$ ,  $\therefore$  由勾股定理得  $AC = \sqrt{5} CH$ ,  $\therefore CH : AC = 1 : \sqrt{5}$ ,  $\therefore \sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ;

(2)  $\because \sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\therefore AC : AB = 1 : \sqrt{5}$ ,  $\therefore AC = 2$ .  $\because \angle CAH = \angle B$ ,  $\therefore \sin \angle CAH = \sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 设  $CE = x (x > 0)$ , 则  $AE = \sqrt{5}x$ , 则  $x^2 + 2^2 = (\sqrt{5}x)^2$ ,  $\therefore CE = x = 1$ ,  $AC = 2$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ,  $\therefore AB = 2CD = 2\sqrt{5}$ ,  $\therefore BC = 4$ ,  $\therefore BE =$

$BC - CE = 3$ .

15. 解:(1) 如图,在  $\text{Rt}\triangle BCE$  中,  $\because \sin\alpha = \frac{CE}{BC}$ ,  $\therefore BC = \frac{CE}{\sin\alpha} = \frac{0.8}{0.5} = 1.6$ ,  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,  $\therefore \angle BCD = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BCE + \angle FCD = 90^\circ$ , 又  $\because$  在  $\text{Rt}\triangle BCE$  中,  $\therefore \angle EBC + \angle BCE = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle FCD = 32^\circ$ . 在  $\text{Rt}\triangle FCD$  中,  $\cos\angle FCD = \frac{FC}{CD}$ ,  $\therefore CD = \frac{FC}{\cos 32^\circ} = \frac{1.6}{0.8} = 2$ ,  $\therefore$  矩形图案的长和宽分别为 2 cm 和 1.6 cm; 面积  $= 2 \times 1.6 = 3.2(\text{cm}^2)$ .

(2) 如图,在  $\text{Rt}\triangle ADH$  中, 易求得  $\angle DAH = 32^\circ$ .



- $\because \cos\angle DAH = \frac{AD}{AH}$ ,  $\therefore AH = \frac{AD}{\cos 32^\circ} = \frac{1.6}{0.8} = 2$ , 在  $\text{Rt}\triangle CGH$  中,  $\angle GCH = 32^\circ$ ,  $\tan\angle GCH = \frac{GH}{CG}$ ,  $\therefore GH = CG \tan 32^\circ = 0.8 \times 0.6 = 0.48$ , 又  $6 \times 2 + 0.48 > 12$ ,  $5 \times 2 + 0.48 < 12$ ,  $\therefore$  最多能摆放 5 块矩形图案, 即最多能印 5 个完整的图案.

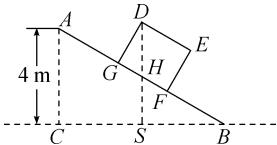
### 第 9 课时 用锐角三角函数解决问题(1)

[要点感知] 1. 水平线 高度 宽度  $\tan\alpha$  2. 直角矩形

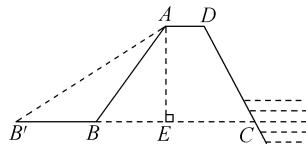
[当堂反馈] 1. A 2. C 3. C 4. C 5. A 6. C

7. 解: 需要拆除, 理由为:  $\because CB \perp AB$ ,  $\angle CAB = 45^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABC$  为等腰直角三角形,  $\therefore AB = BC = 10$  米, 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中, 新坡面  $DC$  的坡度为  $i = \sqrt{3} : 3$ , 即  $\angle CDB = 30^\circ$ ,  $\therefore DC = 2BC = 20$  米,  $BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = 10\sqrt{3}$  米,  $\therefore AD = BD - AB = (10\sqrt{3} - 10)$  米  $\approx 7.32$  米,  $3 + 7.32 = 10.32 > 10$ ,  $\therefore$  需要拆除.

- [巩固提升] 8.  $30\sqrt{3}$  9.  $5\sqrt{2}$  10. 1 000 11.  $2\sqrt{10}$  12. 26 13. 5.5 14. 解:(1)  $\because$  坡度为  $i = 1 : 2$ ,  $AC = 4$  m,  $\therefore BC = 4 \times 2 = 8$  m. (2) 作  $DS \perp BC$ , 垂足为  $S$ , 且与  $AB$  相交于  $H$ .  $\because \angle DGH = \angle BSH$ ,  $\angle DHG = \angle BHS$ ,  $\therefore \angle GDH = \angle SBH$ ,  $\therefore \frac{GH}{GD} = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore DG = EF = 2$  m,  $\therefore GH = 1$  m,  $\therefore DH = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$  m,  $BH = BF + FH = 3.5 + (2.5 - 1) = 5$  m, 设  $HS = x$  m, 则  $BS = 2x$  m,  $\therefore x^2 + (2x)^2 = 5^2$ ,  $\therefore x = \sqrt{5}$  m,  $\therefore DS = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$  m  $\approx 4.5$  m.

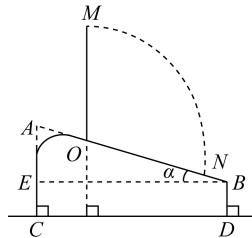


15. 解:(1) 作  $AE \perp BC$  于  $E$ ,



因为原来的坡度是  $1 : 0.75$ , 所以  $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{0.75} = \frac{4}{3}$ . 设  $AE = 4k$ ,  $BE = 3k$ , 所以  $AB = 5k$ , 又因为  $AB = 5$  米, 所以  $k = 1$ , 则  $AE = 4$  米, 设整修后的斜坡长为  $AB'$ , 由整修后坡度为  $1 : \sqrt{3}$ , 有  $\frac{AE}{EB'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , 所以  $\angle AB'E = 30^\circ$ , 所以  $AB' = 2AE = 8$  米,

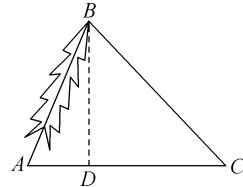
所以整修后背水坡面面积为  $90 \times 8 = 720$  米<sup>2</sup>. (2) 将整修后的背水坡面分为 9 块相同的矩形, 则每一区域的面积为 80 米<sup>2</sup>. 因为要依次相间地种植花草, 有两种方案: 第一种是种草 5 块, 种花 4 块, 需要  $20 \times 5 \times 80 + 25 \times 4 \times 80 = 16000$  元; 第二种是种花 5 块, 种草 4 块, 需要  $20 \times 4 \times 80 + 25 \times 5 \times 80 = 16400$  元. 所以应选择种草 5 块、种花 4 块的方案, 需要花费 16000 元. 16. 解:(1) 过  $B$  作  $BE \perp AC$  于  $E$ , 则  $AE = AC - BD = 0.66$  米  $- 0.26$  米  $= 0.4$  (米),  $\angle AEB = 90^\circ$ ,  $AB = \frac{AE}{\sin \angle ABE} = \frac{0.4}{\sin 20^\circ} \approx 1.17$  (米); (2)  $\angle MON = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$ , 所以  $\widehat{MN}$  的长度是  $\frac{110\pi \times 0.8}{180} = \frac{22}{45}\pi$  (米).



### 第 10 课时 用锐角三角函数解决问题(2)

[要点感知] 1. 未知 未知量 2.  $m = r \cos \alpha$

[当堂反馈] 1. B 2. C 3. A 4. D 5. 解: 过  $B$  点作  $BD \perp AC$  于  $D$ .

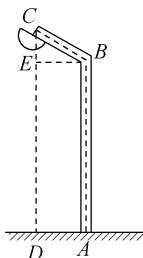


$\because \angle ACB = 45^\circ$ ,  $\angle BAC = 66.5^\circ$ ,  $\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ADB$  中,  $AD = \frac{BD}{\tan 66.5^\circ}$ , 在  $\text{Rt}\triangle CDB$  中,  $CD = BD$ ,  $\therefore AC = AD + CD = 24$  m,  $\therefore \frac{BD}{\tan 66.5^\circ} + BD = 24$  m, 解得  $BD \approx 17$  m,  $AB = \frac{BD}{\sin 66.5^\circ} \approx 18$  m. 故这棵古杉树  $AB$  的长度大约为 18 m.

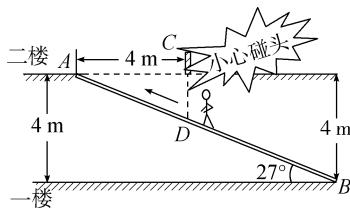
6. 解:(1) 过  $C$  作  $CD \perp AB$ , 交  $AB$  于点  $D$ , 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $CD = AC \cdot \sin \angle CAD = 20 \times \frac{1}{2} = 10$  (千米),  $AD = AC \cdot \cos \angle CAD = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$  (千米), 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $BD =$

$\frac{CD}{\tan \angle CBD} = \frac{10}{1} = 10$ (千米),  $\therefore AB = AD + DB = 10\sqrt{3} + 10 = 10(\sqrt{3} + 1)$ (千米), 则新铺设的输电线路AB的长度为 $10(\sqrt{3} + 1)$ (千米); (2) 在 $\triangle BCD$ 中, 根据勾股定理得 $BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = 10\sqrt{2}$ (千米),  $\therefore AC + CB - AB = 20 + 10\sqrt{2} - (10\sqrt{3} + 10) = 10(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})$ (千米), 则整改后从A地到B地的输电线路比原来缩短了 $10(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})$ 千米.

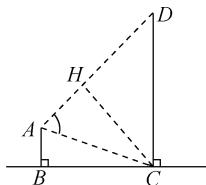
[巩固提升] 7.  $5\tan 55^\circ$  8. 17 9. 6 cm 10. 解: 过B作 $BE \perp DC$ 于E, 设 $AB = x$ 米,



$\therefore CE = 5.5 - x$ ,  $BC = 6 - x$ ,  $\therefore \angle ABC = 120^\circ$ ,  $\therefore \angle CBE = 30^\circ$ ,  $\therefore \sin 30^\circ = \frac{CE}{BC} = \frac{5.5 - x}{6 - x} = \frac{1}{2}$ , 解得 $x = 5$ . 答: AB的长度为5米. 11. 解: 如图, 作 $CD \perp AC$ 交AB于D,



则 $\angle CAB = 27^\circ$ , 在 $\triangle ACD$ 中,  $CD = AC \cdot \tan \angle CAB = 4 \times 0.51 = 2.04$ (米). 因为 $2.29 > 2.04 > 1.78$ , 所以小敏不会有碰头危险, 姚明则会有碰头危险. 12. 解: (1) 作 $CH \perp AD$ 于点H,



在 $\triangle ACH$ 中,  $\because AC = 1$ ,  $\angle CAH = 60^\circ$ ,  $\therefore AH = \frac{1}{2}$ ,  $CH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .  $\therefore AD = 1.8$ ,  $\therefore HD = 1.3$ .  $\therefore CD = \sqrt{CH^2 + HD^2} = \sqrt{2.44} = \frac{\sqrt{61}}{5}$ (米); (2) 同上可得,  $AH = a \cos \alpha$ ,  $CH = a \sin \alpha$ .  $\therefore AD = b$ ,  $\therefore HD = b - a \cos \alpha$ .  $\therefore CD = \sqrt{CH^2 + HD^2} = \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + (b - a \cos \alpha)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}$ .

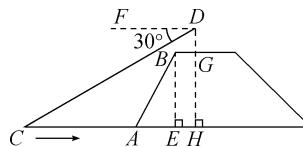
## 第11课时 用锐角三角函数解决问题(3)

[要点感知] 1. 水平线 水平线 2 1 2. 直角

[当堂反馈] 1. B 2. A 3. A 4. 54.6 5. 解: 由已知, 得 $\angle ECA = 30^\circ$ ,  $\angle FCB = 60^\circ$ ,  $CD = 90$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $CD \perp AB$ 于

点D.  $\therefore \angle A = \angle ECA = 30^\circ$ ,  $\angle B = \angle FCB = 60^\circ$ . 在 $\triangle ACD$ 中,  $\angle CDA = 90^\circ$ ,  $\tan A = \frac{CD}{AD}$ ,  $\therefore AD = \frac{CD}{\tan A} = \frac{90}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 90 \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 90\sqrt{3}$ . 在 $\triangle BCD$ 中,  $\angle CDB = 90^\circ$ ,  $\tan B = \frac{CD}{BD}$ ,  $BD = \frac{CD}{\tan B} = \frac{90}{\sqrt{3}} = 30\sqrt{3}$ .  $\therefore AB = AD + BD = 90\sqrt{3} + 30\sqrt{3} = 120\sqrt{3}$ . 答: 建筑物A、B间的距离为 $120\sqrt{3}$ 米.

[巩固提升] 6. D 7. A 8. 182 9.  $10\sqrt{3}$  10.  $(8\sqrt{3} - 5.5)$  11. 解: 过点B作 $BE \perp AC$ 于点E, 延长DG交CA于点H, 得 $\triangle ABE$ 和矩形 $BEGH$ .

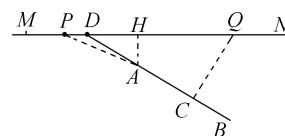


$\therefore i = \frac{BE}{AE} = \frac{4}{3}$ ,  $AB = 10$ ,  $\therefore BE = 8$ ,  $AE = 6$ .  $\therefore DG = 1.5$ ,  $BG = 1$ ,  $\therefore DH = DG + GH = 1.5 + 8 = 9.5$ ,  $AH = AE + EH = 6 + 1 = 7$ . 在 $\triangle CDH$ 中,  $\because \angle C = \angle FDC = 30^\circ$ ,  $DH = 9.5$ ,  $\tan 30^\circ = \frac{DH}{CH}$ ,  $\therefore CH = 9.5\sqrt{3}$ . 又 $\because CH = CA + 7$ , 即 $9.5\sqrt{3} = CA + 7$ ,  $\therefore CA \approx 9.15 \approx 9.2$ (米). 答: CA的长约是9.2米.

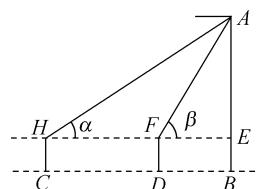
12. 解:  $\because$ 在 $\triangle PBC$ 中,  $\frac{PC}{BC} = \tan \angle PBC$ ,  $\therefore BC = \frac{PC}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} PC$ ,  $\because$ 在 $\triangle PAC$ 中,  $\frac{PC}{AC} = \tan \angle PAC$ ,  $\therefore AC = \frac{PC}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3} PC$ ,  $\therefore AB = AC - BC = 90$ ,  $\therefore \sqrt{3} PC - \frac{\sqrt{3}}{3} PC = 90$ , 解得 $PC = 45\sqrt{3}$ . 答: PC的长为 $45\sqrt{3}$ 米.

## 第12课时 数学活动

1. 解: (1) 如图, 连接PA. 由题意知,  $AP = 39$ 米. 在直角 $\triangle APH$ 中,  $PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36$ (米); (2) 由题意知, 隔音板的长度是PQ的长度. 在 $\triangle ADH$ 中,  $DH = \frac{AH}{\tan 30^\circ} = 15\sqrt{3}$ (米). 在 $\triangle CDQ$ 中,  $DQ = \frac{CQ}{\sin 30^\circ} = \frac{39}{\frac{1}{2}} = 78$ (米). 则 $PQ = PH + HQ = PH + DQ - DH = 36 + 78 - 15\sqrt{3} \approx 114 - 15 \times 1.7 = 88.5 \approx 89$ (米). 答: 高架道路旁安装的隔音板至少需要89米.



2. 解: (1) 测量图案(示意图)如图所示:



(2) 测量步骤: 第一步: 在地面上选择点 C 安装测角仪, 测得此时树尖 A 的仰角  $\angle AHE = \alpha$ , 第二步: 沿 CB 前进到点 D, 用皮尺量出 C, D 之间的距离  $CD = m$ , 第三步: 在点 D 安装测角仪, 测得此时树尖 A 的仰角  $\angle AFE = \beta$ , 第四步: 用皮尺测出测角仪的高  $h$ . (3) 计算: 令  $AE = x$ , 则  $\tan \alpha = \frac{x}{HE}$ , 得  $HE = \frac{x}{\tan \alpha}$ , 又  $\tan \beta = \frac{x}{EF}$ , 得  $EF = \frac{x}{\tan \beta}$ , 因为  $HE - FE = HF = CD = m$ , 所以  $\frac{x}{\tan \alpha} - \frac{x}{\tan \beta} = m$ , 解得  $x = \frac{m \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha}$ , 所以  $AB = \frac{m \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha} + h$ .

### 第 13 课时 单元复习课

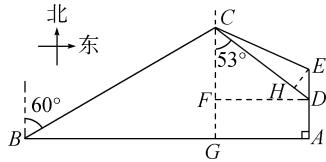
[要点感知] 已知 未知  $A$   $B$   $C$   $\frac{a}{c}$   $\frac{b}{c}$   $\frac{a}{b}$

[当堂反馈] 1. B 2. A 3. D 4. A 5. B 6. B 7. D 8. D 9. C 10. C 11. 解: 根据题意得:  $AB = 18$ ,  $DE = 18$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle EBC = 60^\circ$ , 在  $\triangle ADE$  中,  $AE = \frac{DE}{\tan 30^\circ} = \frac{18}{\sqrt{3}/3} = 18\sqrt{3}$ ,  $\therefore BE = AE - AB = 18\sqrt{3} - 18$ , 在  $\triangle BCE$  中,  $CE = BE \cdot \tan 60^\circ = (18\sqrt{3} - 18) \cdot \sqrt{3} = 54 - 18\sqrt{3}$ ,  $\therefore CD = CE - DE = 54 - 18\sqrt{3} - 18 \approx 5$  米.

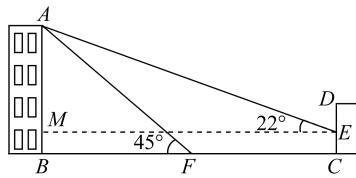
[巩固提升] 12.  $\frac{12}{5}$  13. 100 m 14.  $10\sqrt{3}$  15.  $3 + \sqrt{3}$  16.  $6\sqrt{13}$  17.  $100(1 + \sqrt{3})$  18.  $\sqrt{2}$

19. (1) 证明: 在  $\triangle ABD$  中, 有  $\tan B = \frac{AD}{BD}$ , 在  $\triangle ADC$  中, 有  $\cos \angle DAC = \frac{AD}{AC}$ .  $\because \tan B = \cos \angle DAC$ ,  $\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AD}{AC}$ , 故  $AC = BD$ . (2) 解: 由  $\sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{12}{13}$ , 可设  $AD = 12x$ ,  $AC = BD = 13x$ , 由勾股定理求得  $DC = 5x$ ,  $\therefore BC = 12$ ,  $\therefore BD + DC = 18x = 12$ , 即  $x = \frac{2}{3}$ ,  $\therefore AD = 12 \times \frac{2}{3} = 8$ . 20. 解: (1) 过点 C, D 分别作  $CG \perp AB$ ,  $DF \perp CG$ , 垂足分别为 G, F,  $\therefore$  在  $\triangle CGB$  中,  $\angle CBG = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ,  $\therefore CG = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times (30 \times \frac{1}{2}) = 7.5$ ,  $\therefore \angle DAG = 90^\circ$ ,  $\therefore$  四边形  $ADFG$  是矩形,  $\therefore GF = AD = 1.5$ ,  $\therefore CF = CG - GF = 7.5 - 1.5 = 6$ , 在  $\triangle CDF$  中,  $\angle CFD = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle DCF = 53^\circ$ ,  $\cos \angle DCF = \frac{CF}{CD}$ ,  $\therefore CD = \frac{CF}{\cos 53^\circ} = \frac{6}{\frac{3}{5}} = 10$  (海里). 答: CD 两点的距离是 10 (海里); (2) 如图, 设渔船调整方向后  $t$  小时能与捕渔船相会合, 由题意知  $CE = 30t$ ,  $ED = 1.5 \times 2 \times t = 3t$ ,  $\angle EDC = 53^\circ$ , 过点 E 作  $EH \perp CD$  于点 H, 则  $\angle EHD = \angle CHE = 90^\circ$ ,  $\therefore \sin \angle EDH = \frac{EH}{ED}$ ,  $\therefore EH = ED \sin 53^\circ = 3t \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}t$ ,  $\therefore$  在

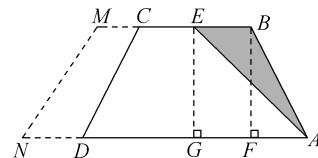
Rt  $\triangle EHC$  中,  $\sin \angle ECD = \frac{EH}{CE} = \frac{\frac{12}{5}t}{30t} = \frac{2}{25}$ . 答:  $\sin \angle ECD = \frac{2}{25}$ .



21. 解: (1) 如图, 过点 E 作  $EM \perp AB$ , 垂足为 M. 设 AB 为 x. Rt  $\triangle ABF$  中,  $\angle AFB = 45^\circ$ ,  $\therefore BF = AB = x$ ,  $\therefore BC = BF + FC = x + 25$ , 在 Rt  $\triangle AEM$  中,  $\angle AEM = 22^\circ$ ,  $AM = AB - BM = AB - CE = x - 2$ ,  $\tan 22^\circ = \frac{AM}{ME}$ , 则  $\frac{x-2}{x+25} = \frac{2}{5}$ , 解得  $x = 20$ . 即教学楼的高为 20 米.



(2) 由 (1) 可得  $ME = BC = x + 25 = 20 + 25 = 45$ . 在 Rt  $\triangle AEM$  中,  $\cos 22^\circ = \frac{ME}{AE}$ ,  $\therefore AE = \frac{ME}{\cos 22^\circ} = \frac{45}{\frac{15}{16}} = 48$ , 即 A、E 之间的距离约为 48 米. 22. 解: (1) 过点 B 作  $BF \perp AD$  于 F.



在 Rt  $\triangle ABF$  中,  $\therefore i = \frac{BF}{AF} = \frac{5}{3}$ , 且  $BF = 10$  m,  $\therefore AF = 6$  m.  $\therefore AB = 2\sqrt{34}$  m. (2) 如图, 延长 EC 至点 M, AD 至点 N, 连接 MN, 过点 E 作  $EG \perp AD$  于 G. 在 Rt  $\triangle AEG$  中,  $\therefore i = \frac{EG}{AG} = \frac{5}{6}$ , 且  $BF = 10$  m,  $\therefore AG = 12$  m,  $BE = GF = AG - AF = 6$  m.  $\therefore$  方案修改前后, 修建大坝所需土石方总体积不变.  $\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\text{梯形CMND}} \cdot \frac{1}{2} \cdot BE \cdot EG = \frac{1}{2} (MC + ND) \cdot EG$ . 即  $BE = MC + ND$ ,  $ND = BE - MC = 6 - 2.7 = 3.3$  (m). 答: 坎底将会沿 AD 方向加宽 3.3 m.

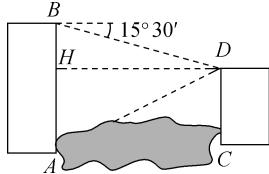
### 第七单元自测卷

- 、1. C 2. D 3. B 4. B 5. C 6. C 7. A 8. B  
9. D 10. B  
二、11.  $\frac{3}{4}$  12.  $40\sqrt{3}$  13.  $2\sqrt{7}$  14.  $\frac{1}{2}$  15.  $\frac{1}{3}$   
16.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  17.  $\sqrt{2}$  18. 5 19. 240 20.  $-0.1527; -5.2425$   
三、21.  $\frac{3}{4}$  22. 解:  $\because \sin A = \frac{12}{13} = \frac{BC}{AB}$ ,  $\therefore$  设  $AB = 13x$ ,



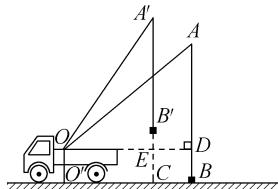
$BC = 12x$ , 由勾股定理得:  $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(13x)^2 - (12x)^2} = 5x$ ,  $\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$ ,  $\sin B = \cos A = \frac{5}{13}$ ,  $\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12}$ . 23. 解: 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\because \angle ADC = 90^\circ$ ,  $\therefore \tan A = \frac{CD}{AD} = \frac{6}{AD} = \frac{3}{2}$ ,  $\therefore AD = 4$ ,  $\therefore BD = AB - AD = 12 - 4 = 8$ . 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\because \angle BDC = 90^\circ$ ,  $BD = 8$ ,  $CD = 6$ ,  $\therefore BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = 10$ ,  $\therefore \sin B = \frac{CD}{BC} = \frac{3}{5}$ ,  $\cos B = \frac{BD}{BC} = \frac{4}{5}$ ,  $\therefore \sin B + \cos B = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ . 24.  $\because$  在直角三角形  $ADB$  中,  $\angle D = 30^\circ$ ,  $\therefore \frac{AB}{BD} = \tan 30^\circ$ ,  $\therefore BD = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}AB$ ,  $\because$  在直角三角形  $ABC$  中,  $\angle ACB = 60^\circ$ ,  $\therefore BC = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}AB$ ,  $\because CD = 20$ ,  $\therefore CD = BD - BC = \sqrt{3}AB - \frac{\sqrt{3}}{3}AB = 20$ , 解得  $AB = 10\sqrt{3}$ .

25. 解: 如图, 过  $D$  作  $DH \perp AB$ , 垂足为  $H$ , 设  $AC = x$ ,



在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\angle ACD = 90^\circ$ ,  $\angle DAC = 25^\circ$ , 所以  $CD = AC \tan \angle DAC = xtan25^\circ$ , 在  $\text{Rt}\triangle BDH$  中,  $\angle BHD = 90^\circ$ ,  $\angle BDH = 15^\circ30'$ , 所以  $BH = DH \tan 15^\circ30' = AC \tan 15^\circ30' = xtan15^\circ30'$ , 又因  $CD = AH$ ,  $AH + HB = AB$ , 所以  $x(\tan 25^\circ + \tan 15^\circ30') = 30$ . 所以  $x = \frac{30}{\tan 25^\circ + \tan 15^\circ30'} \approx 40.3$ (米). 答: 两建筑物的水平距离  $AC$  为 40.3 米.

26. 解: (1) 过点  $O$  作  $OD \perp AB$  于点  $D$ , 交  $A'C$  于点  $E$ .



根据题意可知  $EC = DB = OO' = 2$ ,  $ED = BC$ ,  $\therefore \angle A'ED = \angle ADO = 90^\circ$ . 在  $\text{Rt}\triangle AOD$  中,  $\because \cos A = \frac{3}{5}$ ,  $OA = 10$ ,  $\therefore AD = 6$ ,  $OD = 8$ . 在  $\text{Rt}\triangle A'OE$  中,  $\because \sin A' = \frac{1}{2}$ ,  $OA' = 10$ ,  $\therefore OE = 5$ ,  $\therefore BC = ED = OD - OE = 8 - 5 = 3$ (米). (2) 在  $\text{Rt}\triangle A'OE$  中,  $A'E = 5\sqrt{3}$ ,  $\therefore B'C = A'C - A'B' = A'E + CE - AB = A'E + CE - (AD + BD) = 5\sqrt{3} + 2 - (6 + 2) = (5\sqrt{3} - 6)$ (米).

27. 解: (I) 把  $A(0, 3)$ ,  $C(3, 0)$  代入  $y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n$ , 得

$\begin{cases} n=3, \\ \frac{1}{2} \times 9 + m \times 3 + n = 0, \end{cases}$  解得:  $\begin{cases} m = -\frac{5}{2}, \\ n = 3. \end{cases}$   $\therefore$  抛物线的解析式为

$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$ . 联立  $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3, \\ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3, \end{cases}$  解得:  $\begin{cases} x = 0, \\ y = 3, \end{cases}$  或

$\begin{cases} x = 4, \\ y = 1, \end{cases}$   $\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(4, 1)$ . 过点  $B$  作  $BH \perp x$  轴于  $H$ , 如

图 1.  $\because C(3, 0)$ ,  $B(4, 1)$ ,  $\therefore BH = 1$ ,  $OC = 3$ ,  $OH = 4$ ,  $CH = 4 - 3 = 1$ ,  $\therefore BH = CH = 1$ .  $\because \angle BHC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BCH = 45^\circ$ ,  $BC = \sqrt{2}$ . 同理:  $\angle ACO = 45^\circ$ ,  $AC = 3\sqrt{2}$ ,  $\therefore \angle ACB = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ ,  $\therefore \tan \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$ ; (II)(1) 存在点  $P$ , 使得以  $A, P, Q$  为顶点的三角形与  $\triangle ACB$  相似. 过点  $P$  作  $PG \perp y$  轴于  $G$ , 则  $\angle PGA = 90^\circ$ . 设点  $P$  的横坐标为  $x$ , 由  $P$  在  $y$  轴右侧可得  $x > 0$ , 则  $PG = x$ .  $\because PQ \perp PA$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle APQ = \angle ACB = 90^\circ$ . 若点  $G$  在点  $A$  的下方, ①如图 2-1, 当  $\angle PAQ = \angle CAB$  时, 则  $\triangle PAQ \sim \triangle CAB$ .  $\because \angle PGA = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle PAQ = \angle CAB$ ,  $\therefore \triangle PGA \sim \triangle BCA$ ,  $\therefore \frac{PG}{AG} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3}$ .  $\therefore AG = 3PG = 3x$ . 则  $P(x, 3 - 3x)$ . 把  $P(x, 3 - 3x)$

代入  $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$ , 得  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 = 3 - 3x$ , 整理得:

$x^2 + x = 0$ , 解得:  $x_1 = 0$ (舍去),  $x_2 = -1$ (舍去). ②如图 2-2, 当  $\angle PAQ = \angle CBA$  时, 则  $\triangle PAQ \sim \triangle CBA$ . 同理可得:  $AG = \frac{1}{3}PG = \frac{1}{3}x$ , 则  $P\left(x, 3 - \frac{1}{3}x\right)$ , 把  $P\left(x, 3 - \frac{1}{3}x\right)$  代入  $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$ , 得  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 = 3 - \frac{1}{3}x$ , 整理得:  $x^2 - \frac{13}{3}x = 0$ , 解得:  $x_1 = 0$ (舍去),  $x_2 = \frac{13}{3}$ ,  $\therefore P\left(\frac{13}{3}, \frac{14}{9}\right)$ ; 若点  $G$  在点  $A$  的上方, ①当  $\angle PAQ = \angle CAB$  时, 则  $\triangle PAQ \sim \triangle CAB$ , 同理可得: 点  $P$  的坐标为  $(11, 36)$ . ②当  $\angle PAQ = \angle CBA$  时, 则  $\triangle PAQ \sim \triangle CBA$ . 同理可得: 点  $P$  的坐标为  $P\left(\frac{17}{3}, \frac{44}{9}\right)$ . 综上所述: 满足条件的点  $P$  的坐标为  $(11, 36)$ 、 $\left(\frac{13}{3}, \frac{14}{9}\right)$ 、 $\left(\frac{17}{3}, \frac{44}{9}\right)$ ; (2) 过点  $E$  作  $EN \perp y$  轴于  $N$ , 如图 3.

在  $\text{Rt}\triangle ANE$  中,  $EN = AE \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}AE$ , 即  $AE = \sqrt{2}EN$ ,

$\therefore$  点  $M$  在整个运动中所用的时间为  $\frac{DE}{1} + \frac{EA}{\sqrt{2}} = DE + EN$ . 作

点  $D$  关于  $AC$  的对称点  $D'$ , 连接  $D'E$ , 则有  $D'E = DE$ ,  $D'C = DC$ ,  $\angle D'CA = \angle DCA = 45^\circ$ ,  $\therefore \angle D'CD = 90^\circ$ ,  $DE + EN = D'E + EN$ . 根据两点之间线段最短可得: 当  $D', E, N$  三点共线时,  $DE + EN = D'E + EN$  最小. 此时,  $\because \angle D'CD = \angle D'NO = \angle NOC = 90^\circ$ ,  $\therefore$  四边形  $OCD'N$  是矩形,  $\therefore ND' = OC = 3$ ,  $ON = D'C = DC$ . 对于  $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$ , 当  $y = 0$



时,有 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 = 0$ ,解得: $x_1 = 2, x_2 = 3$ . $\therefore D(2,0)$ ,  
 $OD = 2$ , $\therefore ON = DC = OC - OD = 3 - 2 = 1$ , $\therefore NE = AN = AO - ON = 3 - 1 = 2$ , $\therefore$ 点E的坐标为(2,1).

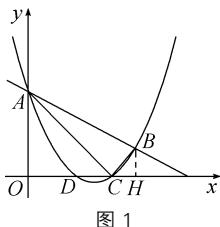


图 1

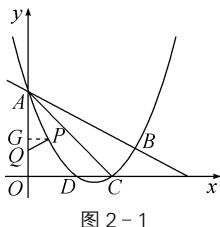


图 2-1

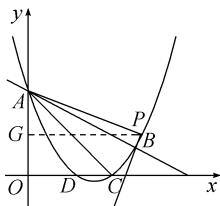


图 2-2

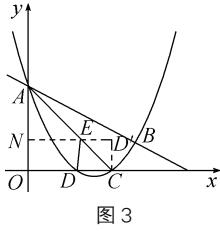


图 3

## 第八章 统计和概率的简单应用

### 第1课时 中学生的视力情况的调查(1)

**[要点感知]** 1. 总体 代表 2. 相同

**[当堂反馈]** 1. B 2. D 3. D 4. B 5. D 6. D

7. 解:(1) 只在九年级随机抽样,不具有代表性;(2) 在全校学生中进行简单随机抽样,由于七年级人数最多,所以抽取七年级的概率大;(3) 三个年级的学生人数不同,这样抽不具代表性;(4) 根据三个年级的人数比,这就是在抽样过程中被抽到的概率,用分层抽样的方法从该校七、八、九年级中分别抽取60人、50人、40人进行调查. 所以(4) 调查的结果会更准确一点.

**[巩固提升]** 8. D 9. A 10. C 11. ③ 12. (1) 不是;(2) 不是;(3) 不是;(4) 是 13. 抽样调查 14. 抽样调查

15. 解:(1) 小明的调查是抽样调查;(2) 调查的总体是全校同学的身高;个体是每个同学的身高;样本是从中抽取的3名同学的身高;样本容量是3.(3) 这个调查的结果不能较好地反映总体的情况,因为抽样太片面. 16. 解:(1) 在校门口统计有多少人戴眼镜,费时费力,方案不恰当;(2) 在课间休息时向操场上活动的同学作调查,样本不具有广泛性与代表性,方案不恰当;(3) 在低年级的学生中随机抽取一个班级作调查,样本不具有广泛性与代表性,方案不恰当;(4) 从每个年级每个班都随机抽取20个学生作调查,具有广泛性与代表

性,方案恰当. 17. 解:(1) 不能说明.(2) 消息来源于抽样调查. 因为各种节能灯太多,很难实现普查.(3)  $\frac{76}{95\%} = 80$ (个).(4) 同意. 因为是随机抽样,具有代表性.(或:不同意. 因为抽查B品牌样本容量偏小).

### 第2课时 中学生的视力情况的调查(2)

**[要点感知]** 1. 估计 2. 平均数和方差 频数分布

**[当堂反馈]** 1. C 2. D 3. D 4. B 5. 160 6. D

7. 解:由扇形统计图可知,喜爱跳绳的同学所占的百分比=1-15%-45%-10%=30%, $\therefore$ 该校有600名学生, $\therefore$ 喜爱跳绳的学生约有 $600 \times 30\% = 180$ (人). 答:喜爱跳绳的学生约有180人.

**[巩固提升]** 8. 292 9. 20 000 10. 175.5 11. 160

12. 解:(1) 可靠,这样是随机抽样;(2)  $100 \div \frac{20}{200} = 1000$ (条), $\because$ 带有记号的鱼的平均质量是 $184 \div 100 = 1.84$ (千克), $\therefore$ 20条带有记号的鱼的质量是 $1.84 \times 20 = 36.8$ (千克), $\therefore$ 鱼的平均质量是 $\frac{184+416-36.8}{100+200-20} \approx 2.011$ (千克),鱼的总质量为 $1000 \times 2.011 = 2011$ (千克). 13. 解:(1) 参加体能测试的学生人数为 $60 \div 30\% = 200$ (人);(2) C级人数为 $200 \times 20\% = 40$ (人), $\therefore$ B级人数为 $200 - 60 - 15 - 40 = 85$ (人), $\therefore$ “优”生共有人数为 $1200 \times \frac{85+60}{200} = 870$ (人). 14. 解:

(1) 80 (2) 0.05 (3) 84 (4) 不合理,初三年级学生的随机样本不能代表该校全体学生.

### 第3课时 货比三家

**[要点感知]** 1. (1) 全面合理;(2) 不一定 2. 全面

**[当堂反馈]** 1. 不合理,因为抽样不具代表性 2. 不可信;抽样不具有代表性 3. ③ 4. B 5. C 6. B 7. 解:首先,应该认为三个气象台的预报是不矛盾的. 我国地域辽阔,对一个较大范围进行天气预报,不可能说得很具体,特别是对于一些小范围的特殊情况,更不可能进行详细的预报,随着预报范围的逐渐缩小,预报的针对性和准确性将会逐渐提高. 因此,应该认为我市第二天“有小到中雨”的可能性比较大.

**[巩固提升]** 8. 参赛级别 9. 带上雨具 10. B

11. 解:(1)  $\frac{a+5}{200} \times 360 = 108$ ,而 $a+5+65+10+60+b=200$ , $\therefore a=55, b=5$ . (2)  $\because 750 \times \frac{10}{75} = 100$ (袋), $\therefore$ 估计该超市乙种大米中有100袋B级大米. (3)  $\because$ 该超市的甲种大米的优质率为 $\frac{55}{60} \times 100\% \approx 91.7\%$ ,丙种大米的优质率为 $\frac{60}{65} \times 100\% \approx 92.3\% > 91.7\%$ , $\therefore$ 我会选择购买丙种大米.

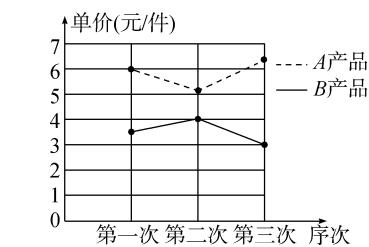
12. 解:(1)  $\because$ A种品牌:13、14、15、16、17; B种品牌:10、14、15、16、20, $\therefore$ 该商场这段时间内A、B两种品牌冰箱月销售量的中位数分别为15台、15台. $\therefore \bar{x}_A = \frac{1}{5}(13+14+15+16+$



17) = 15(台),  $\bar{x}_B = \frac{1}{5}(10 + 14 + 15 + 16 + 20) = 15$ (台),

$$\therefore S_A^2 = \frac{1}{5}[(13-15)^2 + (14-15)^2 + (15-15)^2 + (16-15)^2 + (17-15)^2] = 2(\text{台}^2), S_B^2 = \frac{1}{5}[(10-15)^2 + (14-15)^2 + (15-15)^2 + (16-15)^2 + (20-15)^2] = 10.4(\text{台}^2).$$

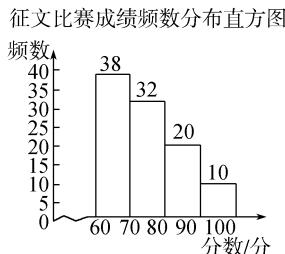
(2)  $\because \bar{x}_A = \bar{x}_B, S_A^2 < S_B^2$ ,  $\therefore$  该商场 1~5 月 A 种品牌冰箱月销售量较稳定.



$$(2) \bar{x}_B = \frac{1}{3}(3.5 + 4 + 3) = 3.5, S_B^2 = \frac{(3.5-3.5)^2 + (4-3.5)^2 + (3-3.5)^2}{3} = \frac{1}{6}, \therefore \frac{1}{6} < \frac{43}{150}, \therefore B$$

产品的单价波动小. (3) 第四次调价后, 对于 A 产品, 这四次单价的中位数为  $\frac{6+6.5}{2} = \frac{25}{4}$ ; 对于 B 产品,  $\because m > 0$ ,  $\therefore$  第四次单价大于 3. 又  $\because \frac{3.5+4}{2} \times 2 - 1 = \frac{13}{2} > \frac{25}{4}$ ,  $\therefore$  第四次单价小于 4.  $\therefore \frac{3(1+m\%) + 3.5}{2} \times 2 - 1 = \frac{25}{4}, \therefore m = 25$ .

14. 解: (1)  $1 - 0.38 - 0.32 - 0.1 = 0.2$ , 故答案为: 0.2; (2)  $10 \div 0.1 = 100$ ,  $100 \times 0.32 = 32$ ,  $100 \times 0.2 = 20$ , 补全征文比赛成绩频数分布直方图:



(3) 全市获得一等奖征文的篇数为:  $1000 \times (0.2 + 0.1) = 300$ (篇).

#### 第 4 课时 统计分析帮你做预测

【要点感知】 两 直线 靠近 一个量随着另一个量的变化趋势

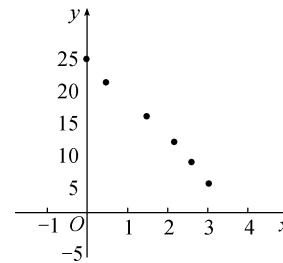
【当堂反馈】 1. B 2. D 3. B 4. 240 5. 解: (1) 由描点知, 所描的点在一条直线上; (2) 设过  $(61, 3900), (62, 3800)$  的一次函数关系式为  $y = kx + b$ , 根据题意得  $\begin{cases} 3900 = 61k + b, \\ 3800 = 62k + b, \end{cases}$ , 解之得  $k = -100, b = 10000$ ; 令  $x = 63$ , 得  $y = 3700$ ; 令  $x = 64$ , 得  $y = 3600$ ; 令  $x = 65$ , 得  $y = 3500$ ; 均适合题意,  $\therefore$  所求一次函数关系式为  $y = -100x + 10000$ ; (3) 由题意得  $(x-60)(-100x+10000) = 40000$ , 即  $x^2 - 160x + 6$

$400 = 0$ ,  $\therefore (x-80)^2 = 0$ ,  $\therefore x_1 = x_2 = 80$ . 答: 当定价为 80 元时才能使工艺品厂每天获得的利润为 40000 元.

【巩固提升】 6. 520 7. B 8.  $y = 8x$  9. 13.5 10. 一次

11.  $h = 9d - 20$  12. 解: (1)  $1 - (10\% + 30\% + 55\%) = 5\%$ ; (2)  $20 \div 10\% = 200$ (人); (3)  $60 \times 10\% + 40 \times 30\% + 20 \times 55\% = 6 + 12 + 11 = 29$ (分钟)  $\therefore$  估计该校学生平均每人每天的课外阅读时间为 29 分钟. 13. 解: (1)  $55 + 30 + 15 = 100$ (人), 答: 本次共调查了 100 名学生. (2)  $1500 \times \frac{15}{100} = 225$ (人), 答: 该校经常闯红灯的大约有 225 人. (3) 要能体现从统计图读得的信息, 主题积极健康即可.

14. 解: (1) 如图:



(2) 这些点近是在一条直线上; (3) 设  $t = kh + b$ ,  $\therefore$  过点  $(0, 25), (2, 12)$   $\therefore \begin{cases} 25 = b, \\ 12 = 2k + b, \end{cases} \therefore \begin{cases} k = -6.5, \\ b = 25. \end{cases} \therefore t = 25 - 6.5h$ ;

(4) 当  $h = 3.5$  时,  $t = 25 - 6.5 \times 3.5 = 2.25$ (℃), 所以 3.5 千米高度处的温度约为 2.25 ℃.

#### 第 5 课时 抽签的方法合理吗

【要点感知】 1. 相同 公平的 合理 2. 公平 不公平

【当堂反馈】 1. B 2. D 3. A 4. A 5. C 6. 解:

第一次	第二次	1	2	3	4
1	2	2	3	4	5
2	3	3	4	5	6
3	4	4	5	6	7
4	5	5	6	7	8

共有 16 种等可能结果, 其中大于 5 的有共有 6 种.  $P_{(\text{数字之和}>5)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ , 因为  $\frac{3}{8} \neq \frac{5}{8}$ , 所以不公平.

【巩固提升】 7.  $\frac{1}{4}$  8.  $\frac{1}{9}$  9. 1 10.  $\frac{1}{3}$  11.  $\frac{1}{2}$

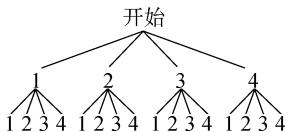
12.  $\frac{5}{8}$  13.  $\frac{1}{4}$  14. 解: (1)  $(20-4) \div 20 = \frac{4}{5}$ ; (2)  $(4-2) \div (20-10) = 2 \div 10 = \frac{1}{5}$ . 答: 如果吴阳第一个抽签, 他抽到熟悉的内容的可能性是  $\frac{4}{5}$ ; 如果吴阳第 11 个抽签, 不熟悉的内容已经有 2 个被别人抽走, 这里他抽到不熟悉的内容的可能性是  $\frac{1}{5}$ . 15. 解: (1) 因为四张扑克牌抽签, 所以一共有 4



种可能的结果;(2) 选中红桃 A 的可能性是:  $1 \div 4 = \frac{1}{4}$ ; 选中黑桃 A 的可能性是:  $1 \div 4 = \frac{1}{4}$ ; (3) 因为冬冬选中红桃 A 的可能性和胖胖选中黑桃 A 的可能性是相等的; 所以规则是公平的。 **16. 解:**(1) 设丁地车票  $x$  张, 则  $x = (x+20+40+30) \times 100\%$ , 解得:  $x=10$ , 即丁地车票有 10 张, 补全统计图略。(2) 概率为  $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ 。(3) 不公平. 列表得:

小王 \ 小李	1	2	3	4
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

画树状图得



由此可知, 共有 16 种等可能结果, 其中小王掷得数字不小于小李掷得数字的概率为  $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ . ∵这个规则对双方不公平.

## 第 6 课时 概率帮你做估计

**[要点感知]** 1. 频率 概率 2. 概率

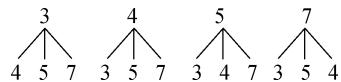
**[当堂反馈]** 1. C 2. A 3. D 4. B 5. C 6. B 7. D

**8. 解:**先捕  $n$  只鸟, 作上记号放入公园, 让它们充分混合后, 再捕捉  $m$  只鸟, 其中若作记号的有  $a$  只, 于是可估计公园里鸟的数量有  $\frac{mn}{a}$  只。

**[巩固提升]** 9. 14 10. 15 11. 100 12. 16 13. 解:

(1) 参加此项游戏得到海宝玩具的频率  $\frac{m}{n} = \frac{8000}{40000}$ , 即  $\frac{m}{n} = \frac{1}{5}$ 。(2) 设袋中共有  $m$  个球, 则摸到红球的概率  $P(\text{红球}) = \frac{8}{m}$ , ∵  $\frac{8}{m} \approx \frac{1}{5}$ . 解得  $m \approx 40$ , 所以白球接近  $40-8=32$ (个).

**14. 解:**(1) 利用图表得出: 实验次数越大越接近实际概率, 所以出现“和为 8”的概率是  $\frac{1}{3}$ ;(2) 当  $x=7$  时, 画树状图如下:



则两个小球上数字之和为 8 的概率是:  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6} \neq \frac{1}{3}$ , 所以  $x$  的值不可以取 7.

## 第 7 课时 收取多少保险费才合理

**[要点感知]** 1. 估计 2.  $n \times P(A)$

**[当堂反馈]** 1. C 2. B 3. C 4. D 5. C 6. D  
**7. 解:**  $100 \div (2 \div 200 \times 100\%) = 10000$ (条). **8. 解:** 设  $\xi$  为盈利数, 其概率分布为

$\xi$	$a$	$a-30000$	$a-10000$
$P$	$1-p_1-p_2$	$p_1$	$p_2$

且  $E_\xi = a(1-p_1-p_2) + (a-30000)p_1 + (a-10000)p_2 = a-30000p_1-10000p_2$ . 要盈利, 至少需使  $\xi$  的数学期望大于零, 故  $a > 30000p_1 + 10000p_2$ .

**[巩固提升]** 9. 5 10.  $\frac{2}{9}$  11.  $\frac{1}{5}$  12.  $\frac{1}{100}$  13. 19.6

**14. ( $p+0.1)a$**  **15. 解:**(1) 由题意可得:  $P(\text{不能达到 } 51 \text{ 岁}) = \frac{951}{78009} \approx 0.012$ ,  $P(\text{达到 } 80 \text{ 岁}) = \frac{16078}{78009} \approx 0.206$ ;

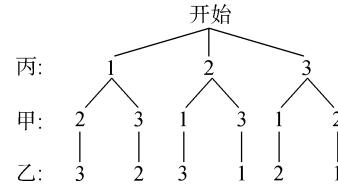
(2) 由题意可得:  $\frac{951}{78009} \times 20000 \times 10 \approx 2438.2$ (万). 答: 预计保险公司该年赔付总额为 2438.2 万元. **16. 解:**(1) 设农场主获利为随机变量  $\xi$ , 其分布列为:

$\xi$	2000	-12000
$P$	0.6	0.4

∴  $E(\xi) = 2000 \times 0.6 - 12000 \times 0.4 = -3600$ . 农场主期望赔钱 3600 元. (2) 投保后获利  $= (2000 - 1000) \times 0.6 + (-1000) \times 0.4 = 200$ , 因此农场主可以买这一保险. (3) 由(1) 可得: 保险公司赔钱 3400 元的可能性较大, 因此认为保险公司收取的保险金太少. **17. 解:** ∵ 预测下月好天气的机会是 60%, 坏天气的机会是 40%,  $60\% > 40\%$ , ∴ 下月是好天气的可能性 > 坏天气的可能性; 又 ∵ 若出海后是好天气, 可得收益 5000 元; 若出海后天气变坏, 将要损失 2000 元; 若不出海, 无论天气好坏都要承担 1000 元的损失费, ∴ 船队队长作出决策为出海.

## 第 8 课时 数学活动

**1. 解:**(1) 为了使收集到的数据具有代表性, 学生会在确定调查对象时选择了方案 C; (2) 众数是: 1.5 小时; (3)  $800 \times \frac{38}{15+27+38+13+7} = 304$ (人). 则估计该校 800 名学生中每天做作业用时 1.5 小时的人数是 304 人. **2. 解:**(1) 如图:



结果: (1,2,3)(1,3,2)(2,1,3)(2,3,1)(3,1,2)(3,2,1)

∴ 共有 6 种等可能结果, 其中甲胜出的有 2 种, 故  $P(\text{甲胜}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

(2) 答案不唯一, 任意安排甲、乙、丙摸球顺序均可;  $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ .

(3)  $P(\text{甲胜})=P(\text{乙胜})=P(\text{丙胜})=\frac{1}{n}$ ; 答案不唯一, 如抽签是公平的, 与抽签顺序无关.

## 第9课时 单元复习课

**[要点感知]** 代表性 广泛性 频率 数字式 由样本估计总体 概率 小 概率  $n \times P(A)$

**[当堂反馈]** 1. C 2. D 3. B 4. B 5. B 6. C 7. A 8. C 9. D 10. D 11. 解:(1) 根据题意得:  $50 \times 12\% = 6$ (人),  $360 \times 10\% = 36$ , 故答案为: 6; 36; (2) 根据题意得:  $1500 \times 28\% = 420$ (人); 故答案为: 420; (3) 列表如下: (A: 报刊; B: 网站; C: 其它; D: 课堂; E: 电视)

	A	B	C	D	E
A		(B, A)	(C, A)	(D, A)	(E, A)
B	(A, B)		(C, B)	(D, B)	(E, B)
C	(A, C)	(B, C)		(D, C)	(E, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)		(E, D)
E	(A, E)	(B, E)	(C, E)	(D, E)	

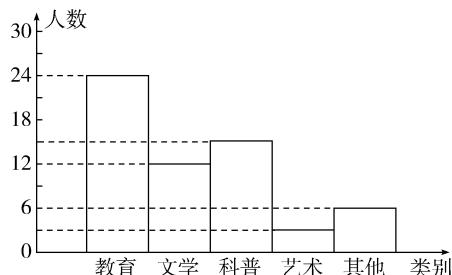
所有等可能的情况有 20 种, 恰好选用“网站”和“课堂”的情况有 2 种, 所以  $P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ .

**[巩固提升]** 12.  $y = 2.1x$  13.  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{6}$  14. 800

15. 1600 16. 2100 17. 240 18. 2040 19.  $\frac{1}{3}$

20. 1680 21. 0.9

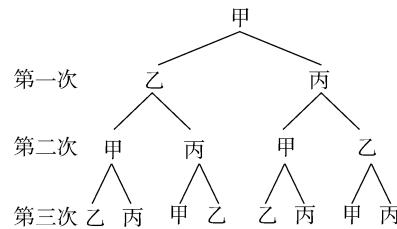
22. 解:(1) 抽样调查; (2) 根据题设的条件可知: 阅读科普类的有 15 人, 据此补全频数分布直方图如图:



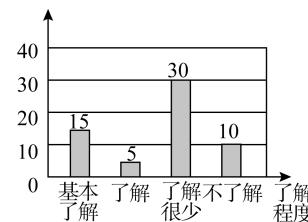
(3) 如果该校初三年级共有学生 600 人, 根据(2)的结论, 那么课外阅读文学类书籍的学生人数大约是 120. 23. 解:

(1) 因为  $1+0+1+2+0+2+1+2+0+2=11$ (家),  $365+371+385+395+412+418+430+435+440+445=4096$ (家).  $11 \div 4096 \approx 0.0026$ ,  $1000 \times 0.0026 = 2.6$ (家);

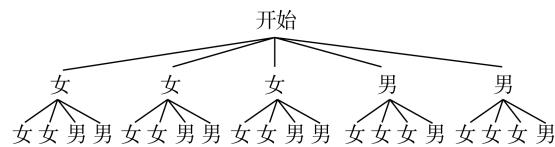
(2)  $300000 \times 0.0026 = 780$ (元). 答:(1) 每年在 1000 家中, 大约烧掉 2.6 家. (2) 投保 30 万元的保险费, 至少需交 780 元的保险费保险公司才不亏. 24. 解:(1) 根据题意画出树状图如下:



由树形图可知三次传球有 8 种等可能结果; (2) 由(1)可知三次传球后, 球回到甲脚下的概率  $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ; (3) 由(1)可知球回到甲脚下的概率  $= \frac{1}{4}$ , 传到乙脚下的概率  $= \frac{3}{8}$ , 所以球传到乙脚下的概率大. 25. 解:(1)  $\because$  了解很少的有 30 人, 占 50%,  $\therefore$  接受问卷调查的学生共有:  $30 \div 50\% = 60$ (人);  $\therefore$  扇形统计图中“基本了解”部分所对应扇形的圆心角为:  $\frac{15}{60} \times 360^\circ = 90^\circ$ ; (2)  $60 - 15 - 30 - 10 = 5$ ; 补全条形统计图如下.



(3) 根据题意得:  $900 \times \frac{15+5}{60} = 300$ (人), 则估计该中学学生中对校园安全知识达到“了解”和“基本了解”程度的总人数为 300 人; (4) 画树状图得:

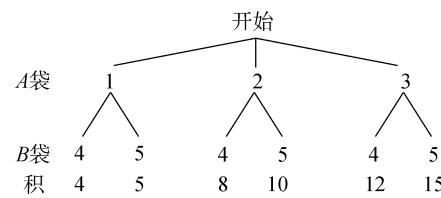


$\because$  共有 20 种等可能的结果, 恰好抽到 1 个男生和 1 个女生的有 12 种情况,  $\therefore$  恰好抽到 1 个男生和 1 个女生的概率为:

$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ . 26. 解:(1) 大双的设计游戏方案不公平, 根据题意, 可能出现的所有结果列表如下:

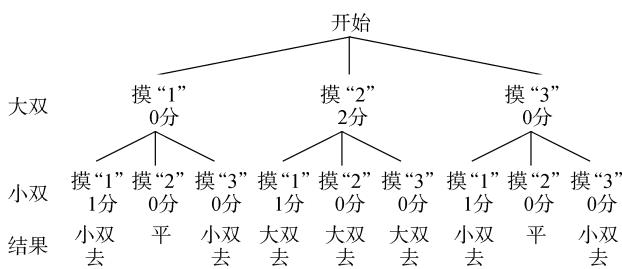
积	A 袋	1	2	3
B 袋	4	4	8	12
4	4	5	10	15
5	5			

或列树状图如图:





从树形图(表)中可以看出,所有可能出现的结果共有6个,这些结果出现的可能性相等.而积为偶数的结果共有4个,所以 $P(\text{大双得到门票})=P(\text{积为偶数})=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ , $P(\text{小双得到门票})=P(\text{积为奇数})=\frac{1}{3}$ ,因为 $\frac{2}{3}\neq\frac{1}{3}$ ,所以大双的设计方案不公平.(2)小双的设计方案不公平.根据题意,可能出现的所有结果列树状图如图:

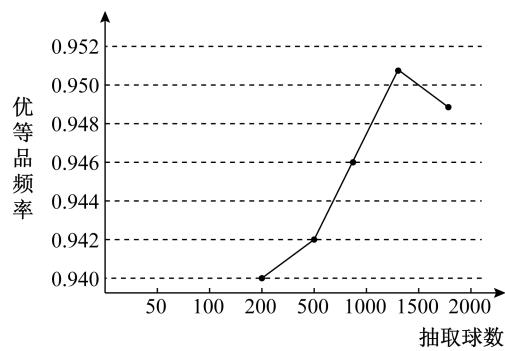


从树形图(表)中可以看出,所有可能出现的结果共有9个,这些结果出现的可能性相等.而小双得分大于大双的结果共有4个,小双得分小于大双的结果共有3个,所以 $P(\text{小双得到门票})=\frac{4}{9}$ , $P(\text{大双得到门票})=\frac{3}{9}$ , $\frac{3}{9}\neq\frac{4}{9}$ ,所以小双的设计方案不公平.

**27. 解:**(1)设该运动员共出手 $x$ 个3分球,根据题意,得: $\frac{0.75x}{40}=12$ ,解得 $x=640$ , $0.25x=0.25\times640=160$ (个),答:运动员去年的比赛中共投中160个3分球;(2)小亮的说法不正确;3分球的命中率为0.25,是相对于40场比赛来说的,而在其中的一场比赛中,虽然该运动员3分球共出手20次,但是该运动员这场比赛中不一定投中了5个3分球.

**28. 解:**(1)如图;(2)这批乒乓球“优等品”概率的估计值是0.946;(3)① $\because$ 袋中一共有球 $5+13+22=40$ 个,其中有5个黄球, $\therefore$ 从袋中摸出一个球是黄球的概率为 $\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$ ;②设从袋中取出了 $x$ 个黑球,由题意得 $\frac{5+x}{40}\geqslant\frac{1}{3}$ ,

解得 $x\geqslant\frac{8}{3}$ ,故至少取出了9个黑球.



### 第八单元自测卷

- 一、1. B 2. C 3. D 4. D 5. A 6. C 7. B 8. A  
9. A 10. B

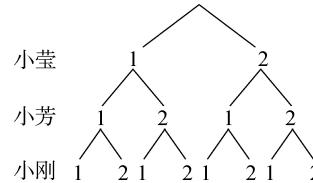
- 二、11. 10 12.  $\frac{1}{2}$  13. 400 14. 500 15.  $\frac{2}{5}$  16.  $\frac{1}{5}$

17.  $\frac{3}{4}$  18. 92% 19. 机动车尾气 20. 240

**三、21. 解:**(1)  $\frac{1}{10}(2.5+2.2+2.4+2.3+2.4+2.5+2.8+2.6+2.7+2.6)=2.5$ (千克), $2.5\times50000=1125000$ (千克).(2)  $\frac{6}{10}\times50000=30000$ (条).

**22. 解:**(1)共有三种等可能情况:抽中小莹、抽中小芳、抽中大刚,所以抽中大刚的概率 $P=\frac{1}{3}$ ;

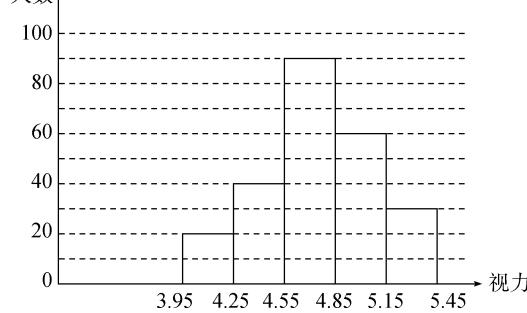
(2)用1代表手心,2代表手背,如图:



所有等可能情况为(1,1,2)、(1,2,1)、(1,2,2)、(2,1,1)、(2,1,2)、(2,2,1)共六种,其中符合条件的情况是(1,1,2)、(2,1,2)两种,所以小莹和小刚打第一场比赛的概率 $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ .

**23. 解:**(1)  $(20+40+60)\div(3+1)\times3=90$ (名);

(2)样本为被调查的240名学生视力;



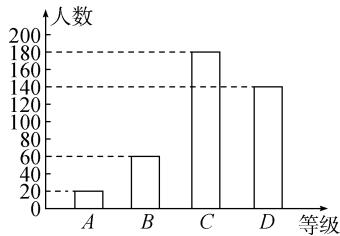
(3)  $90\div240\times30000=11250$ (人).

**24. 解:**(1) $\because$ 向上一面的点数为奇数有3种情况, $\therefore$ 小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ .(2)列表如下:

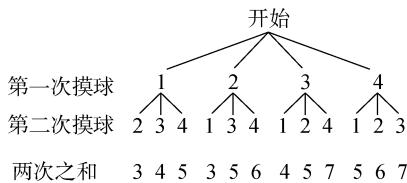
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

由上表可知,一共有36种等可能的结果,其中小亮、小丽获胜各有9种结果. $\therefore P(\text{小亮胜})=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ , $P(\text{小丽胜})=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ , $\therefore$ 游戏是公平的.

**25. (1)** 400 15% 35%; **(2)** 126; **(3)** 如图.



(4) 列表或树状图.



所以从树状图可以看出所有等可能的结果有 12 种, 数字之和为奇数的有 8 种. ∴ 小明参加的概率  $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ , 小刚参加的概率  $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ . ∴ 游戏规则不公平.

26. 解:(1) 参加篮球训练的人数是:  $2+1+4+7+8+2=24$ (人). 训练后篮球定时定点投篮人均进球数 =  $\frac{8\times 2+7\times 1+6\times 4+5\times 7+4\times 8+3\times 2}{24}=5$ (个). 故答案是: 5;

(2) 由扇形图可以看出: 选择长跑训练的人数占全班人数的百分比 =  $1-60\%-10\%-20\% = 10\%$ , 而全班同学的人数为  $24 \div 60\% = 40$ (人), 故答案是: 10%, 40; (3) 设参加训练之前的人均进球数为  $x$  个, 则  $x(1+25\%) = 5$ , 解得  $x=4$ . 即参加训练之前的人均进球数是 4 个.

27. 解:(1) 设这款衣服标价为  $x$  元, 在甲、乙商场售价为  $m$  元. 由题意得:  $x \times 70\% = (x-80) \times 80\%$ , 解得:  $x=640$ .  $m=x \times 70\% = 448$ . 即: 这款衣服在甲、乙两商场的标价是 640 元.

(2) 设这款衣服在丙商场的售价为  $n$  元. 则  $n=640-88 \times 3=376 < 448$ . 综上: 甲、乙、丙三个商场中, 丙商场最合算.

### 期末复习专题(一) 二次函数

[当堂反馈] 1. D 2. C 3. A 4. A 5. B 6. C

7. 解:(1) ∵ 函数  $y=\frac{1}{2}x+1$  中, 当  $y=0$  时,  $x=-2$ , ∴  $A(-2, 0)$ , ∵ 函数  $y=\frac{1}{2}x+1$  中, 当  $x=0$  时,  $y=1$ , ∴  $B(0, 1)$ , ∵  $CD \parallel x$  轴, ∴  $\angle BAO=\angle ADC$ , ∵  $\angle CDA=\angle OCA$ , ∴  $\angle ACO=\angle BAO$ , ∴  $\tan \angle ACO=\tan \angle BAO=\frac{1}{2}$ , ∴  $CO=4$ , ∴  $C(0, 4)$ ; (2) ∵  $\angle AOB=\angle OCD=90^\circ$ ,  $\angle BAO=\angle BDC$ , ∴  $\triangle CBD \sim \triangle OBA$ , ∴  $\frac{BO}{CB}=\frac{AO}{CD}$ , ∴  $\frac{1}{3}=\frac{2}{CD}$ , ∴  $CD=6$ , ∴  $D(6, 4)$ , 设二次函数的解析式为  $y=ax^2+bx+c$ , ∵ 图像经过  $A(-2, 0)$ ,  $D(6, 4)$ ,  $C(0, 4)$ ,

$$\therefore \begin{cases} 0=4a-2b+c, \\ 4=36a+6b+c, \\ 4=c, \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a=-\frac{1}{4}, \\ b=\frac{3}{2}, \\ c=4. \end{cases}$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4.$$

[巩固提升] 8. C 9. D 10. C 11. 1, 4, 0 12.  $y=16-x^2$

13.  $y=\frac{1}{4}x^2$  (答案不唯一) 14. 二 15. 16 cm<sup>2</sup>

16.  $x=-3$  17.  $(2+\sqrt{2}, 1), (2-\sqrt{2}, 1), (0, 3), (4, 3)$

18.  $-\frac{1}{2} \leqslant a \leqslant -\frac{1}{9}$  19. 8 20. 解:(1)  $A$  的坐标是  $(2, 0)$ ,

$E$  的坐标是  $(1, 2)$ . 设抛物线的解析式是  $y=ax^2+bx+c$ , 根

$$\text{据题意得: } \begin{cases} c=0, \\ 4a+2b+c=0, \\ a+b+c=2, \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a=-2, \\ b=4, \\ c=0. \end{cases}$$

式是  $y=-2x^2+4x$ ; (2) 当  $\triangle OAP$  的面积是 2 时,  $P$  的纵坐标是 2 或 -2. 当  $-2x^2+4x=2$  时, 解得:  $x=1$ , 则  $P$  的坐标是  $(1, 2)$ ; 当  $-2x^2+4x=-2$  时, 解得:  $x=1 \pm \sqrt{2}$ , 此时  $P$  的坐标是  $(1+\sqrt{2}, -2)$  或  $(1-\sqrt{2}, -2)$ ; (3)  $AF=AB+BF=2+1=3$ .  $OA=2$ , 则  $A$  是直角顶点时,  $Q$  不可能在抛物线上; 当  $F$  是直角顶点时,  $Q$  不可能在抛物线上; 当  $Q$  是直角顶点时,  $Q$  到  $AF$  的距离是  $\frac{1}{2}AF=\frac{3}{2}$ , 若  $Q$  存在, 则  $Q$  的坐标是  $(2-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ , 即  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ , 正好在抛物线上,  $Q$  存在.

21. 解:(1) 由题意知: 当蔬菜批发量为 60 千克时:  $60 \times 5=300$ (元), 当蔬菜批发量为 90 千克时:  $90 \times 5 \times 0.8=360$ (元).

故答案为: 300, 360; (2) 设该一次函数解析式为  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ), 把点  $(5, 90)$ ,  $(6, 60)$  代入, 得  $\begin{cases} 5k+b=90, \\ 6k+b=60, \end{cases}$

$\begin{cases} k=-30, \\ b=240. \end{cases}$  故该一次函数解析式为  $y=-30x+240$ ; (3) 设当

日可获利润  $w$ (元), 日零售价为  $x$  元, 由(2)知,  $w=(-30x+240)(x-5 \times 0.8)=-30(x-6)^2+120$ ,  $-30x+240 \geqslant 75$ , 即  $x \leqslant 5.5$ , 当  $x=5.5$  时, 当日可获得利润最大, 最大利润为 112.5 元.

22. 解:(1) ① 将  $P(1, -3)$ ,  $B(4, 0)$  代入  $y=ax^2+c$ , 得  $\begin{cases} 16a+c=0, \\ a+c=-3, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} a=\frac{1}{5}, \\ c=-\frac{16}{5}, \end{cases}$  抛物线的解析式为  $y=\frac{1}{5}x^2-\frac{16}{5}$ ;

② 如图 1, 当点  $D$  在  $OP$  左侧时, 由  $\angle DPO=\angle POB$ , 得  $DP \parallel OB$ ,  $D$  与  $P$  关于  $y$  轴对称,  $P(1, -3)$ , 得  $D(-1, -3)$ ; 当点  $D$  在  $OP$  右侧时, 延长  $PD$  交  $x$  轴于点  $G$ . 作  $PH \perp OB$  于点  $H$ , 则  $OH=1$ ,  $PH=3$ . ∵  $\angle DPO=$

$\angle POB$ ,  $\therefore PG=OG$ . 设  $OG=x$ , 则  $PG=x$ ,  $HG=x-1$ . 在  $Rt\triangle PGH$  中, 由  $x^2=(x-1)^2+3^2$ , 得  $x=5$ .  $\therefore$  点  $G(5,0)$ .

$\therefore$  直线  $PG$  的解析式为  $y=\frac{3}{4}x-\frac{15}{4}$ , 解方程组

$$\begin{cases} y=\frac{3}{4}x-\frac{15}{4}, \\ y=\frac{1}{5}x^2-\frac{16}{5}, \end{cases} \text{得} \begin{cases} x_1=1, \\ y_1=-3, \end{cases} \begin{cases} x_2=\frac{11}{4}, \\ y_2=-\frac{27}{16}. \end{cases}$$

$\therefore P(1,-3)$ ,  $D(\frac{11}{4},-\frac{27}{16})$ .  $\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(-1,-3)$

或  $(\frac{11}{4},-\frac{27}{16})$ .

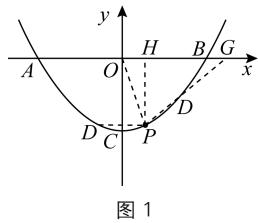


图 1

(2) 点  $P$  运动时,  $\frac{OE+OF}{OC}$  是定值, 定值为 2, 理由如下: 如图 2, 作  $PQ \perp AB$  于  $Q$  点, 设  $P(m, am^2+c)$ ,  $A(-t,0)$ ,  $B(t,0)$ , 则  $at^2+c=0$ ,  $c=-at^2$ .  $\therefore PQ \parallel OF$ ,  $\therefore \frac{PQ}{OF}=\frac{BQ}{BO}$ ,  $\therefore OF=\frac{PQ \cdot BO}{BQ}=\frac{-(am^2+c)t}{t-m}=\frac{(am^2-at^2)}{m-t}t=amt+at^2$ . 同理  $OE=-amt+at^2$ .  $\therefore OE+OF=2at^2=-2c=2OC$ .  $\therefore \frac{OE+OF}{OC}=2$ .

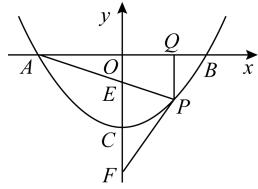


图 2

23. 解:(1) 如图 1, 过点  $P$  作  $PE \perp x$  轴于点  $E$ ,  $\therefore y=ax^2-2ax+c$ ,  $\therefore$  该二次函数的对称轴为  $x=1$ ,  $\therefore OE=1$ .  $\because OC//BD$ ,  $\therefore CP:PD=OE:EB$ ,  $\therefore OE:EB=2:3$ ,  $\therefore EB=\frac{3}{2}$ ,  $\therefore OB=OE+EB=\frac{5}{2}$ ,  $\therefore B(\frac{5}{2},0)$ .  $\therefore A$  与  $B$  关于直线  $x=1$  对称,  $\therefore A(-\frac{1}{2},0)$ ;

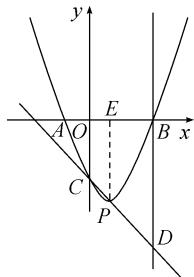


图 1

(2) 如图 2, 过点  $C$  作  $CF \perp BD$  于点  $F$ , 交  $PE$  于点  $G$ , 把  $x=1$  代入  $y=ax^2-2ax+c$ ,  $\therefore y=c-a$ , 把  $x=0$  代入  $y=ax^2-2ax+c$ ,  $\therefore y=c$ .  $\therefore PG=a$ ,  $\because CF=OB=\frac{5}{2}$ ,  $\therefore \tan \angle PDB=\frac{CF}{FD}$ ,  $\therefore FD=2$ ,  $\because PG \parallel BD$ ,  $\therefore \triangle CPG \sim \triangle CDF$ ,  $\therefore \frac{PG}{FD}=\frac{CP}{CD}=\frac{2}{5}$ .  $\therefore PG=\frac{4}{5}$ ,  $\therefore a=\frac{4}{5}$ ,  $\therefore y=\frac{4}{5}x^2-\frac{8}{5}x+c$ , 把  $A(-\frac{1}{2},0)$  代入  $y=\frac{4}{5}x^2-\frac{8}{5}x+c$ ,  $\therefore c=-1$ ,  $\therefore$  该二次函数解析式为  $y=\frac{4}{5}x^2-\frac{8}{5}x-1$ .

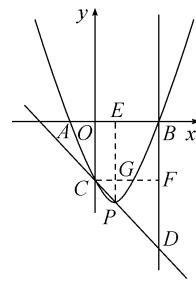


图 2

## 期末复习专题(二) 图形的相似

[当堂反馈] 1. C 2. C 3. D 4. C 5. A 6. D 7. B

8. B 9. D 10. (1) 解:  $\triangle ADE \cong \triangle BDE$ ,  $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ ;

(2) 证明:  $\because AB=AC$ ,  $\angle A=36^\circ$ ,  $\therefore \angle ABC=\angle C=72^\circ$ ;  $\because BD$  为角平分线,  $\therefore \angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=36^\circ=\angle A$ , 在  $\triangle ADE$  和

$\triangle BDE$  中,  $\because \begin{cases} \angle A=\angle DBA, \\ \angle AED=\angle BED, \\ ED=ED, \end{cases} \therefore \triangle ADE \cong \triangle BDE$  (AAS); 证明:  $\because AB=AC$ ,  $\angle A=36^\circ$ ,  $\therefore \angle ABC=\angle C=72^\circ$ ,

$\because BD$  为角平分线,  $\therefore \angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=36^\circ=\angle A$ ,  $\therefore \angle C=\angle C$ ,  $\therefore \triangle ABC \sim \triangle BCD$ .

[巩固提升] 11. 34 12.  $6-2\sqrt{5}$  13. 9 14.  $\frac{10}{3}$  15. 42

16.  $AF=\frac{1}{2}AC$  或  $\angle AFE=\angle ABC$  17. 3 18. 2 或  $\frac{5}{3}$

19.  $\frac{3^8}{2^7}$  20. ①③④ 21. (1) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,  $\therefore AB=AD$ ,  $\angle B=90^\circ$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $\therefore \angle AMB=\angle EAF$ , 又  $\because EF \perp AM$ ,  $\therefore \angle AFE=90^\circ$ ,  $\therefore \angle B=\angle AFE$ ,  $\therefore \triangle ABM \sim \triangle EFA$ ;

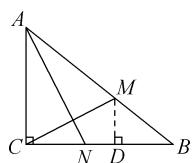
(2) 解:  $\because \angle B=90^\circ$ ,  $AB=12$ ,  $BM=5$ ,  $\therefore AM=\sqrt{12^2+5^2}=13$ ,  $AD=12$ ,  $\because F$  是  $AM$  的中点,  $\therefore AF=\frac{1}{2}AM=6.5$ ,  $\because \triangle ABM \sim \triangle EFA$ ,  $\therefore \frac{BM}{AF}=\frac{AM}{AE}$ , 即  $\frac{5}{6.5}=\frac{13}{AE}$ ,  $\therefore AE=16.9$ ,  $\therefore DE=AE-AD=4.9$ .

22. 证明: (1)  $\because$  四边形

ABCD 是平行四边形,  $\therefore BO=OD$ ,  $\therefore OE=OB$ ,  $\therefore OE=OD$ ,  $\therefore \angle OBE=\angle OEB$ ,  $\angle OED=\angle ODE$ ,  $\therefore \angle OBE+\angle OEB+\angle OED+\angle ODE=180^\circ$ ,  $\therefore \angle BEO+\angle DEO=\angle BED=90^\circ$ ,  $\therefore DE \perp BE$ ; (2)  $\because OE \perp CD$ ,  $\therefore \angle CEO+\angle DCE=\angle CDE+\angle DCE=90^\circ$ ,  $\therefore \angle CEO=\angle CDE$ ,  $\therefore OB=OE$ ,  $\therefore \angle DBE=\angle CDE$ ,  $\therefore \angle BED=\angle BED$ ,  $\therefore \triangle BDE \sim \triangle DCE$ ,  $\therefore \frac{BD}{CD}=\frac{DE}{CE}$ ,  $\therefore BD \cdot CE=CD \cdot DE$ .

23. 解:(1) 由题意知,  $BM=3t$  cm,  $CN=2t$  cm,  $\therefore BN=(8-2t)$  cm,  $BA=\sqrt{6^2+8^2}=10$  (cm), 当  $\triangle BMN \sim \triangle BAC$  时,  $\frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BC}$ ,  $\therefore \frac{3t}{10}=\frac{8-2t}{8}$ , 解得:  $t=\frac{20}{11}$ ; 当  $\triangle BMN \sim \triangle BCA$  时,  $\frac{BM}{BC}=\frac{BN}{BA}$ ,  $\therefore \frac{3t}{8}=\frac{8-2t}{10}$ , 解得:  $t=\frac{32}{23}$ ,  $\therefore \triangle BMN$  与  $\triangle ABC$  相似时,  $t$  的值为  $\frac{20}{11}$  或  $\frac{32}{23}$ ;

(2) 过点 M 作  $MD \perp CB$  于点 D, 由题意得:  $DM=BM \sin B=3t \cdot \frac{6}{10}=\frac{9}{5}t$  (cm),  $BD=BM \cos B=3t \cdot \frac{8}{10}=\frac{12}{5}t$  (cm),  $BM=3t$  cm,  $CN=2t$  cm,  $\therefore CD=\left(8-\frac{12}{5}t\right)$  cm,  $\because AN \perp CM$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\therefore \angle CAN+\angle ACM=90^\circ$ ,  $\angle MCD+\angle ACM=90^\circ$ ,  $\therefore \angle CAN=\angle MCD$ ,  $\therefore MD \perp CB$ ,  $\therefore \angle MDC=\angle ACB=90^\circ$ ,  $\therefore \triangle CAN \sim \triangle DCM$ ,  $\therefore \frac{AC}{CN}=\frac{CD}{DM}$ ,  $\therefore \frac{6}{2t}=\frac{8-\frac{12}{5}t}{\frac{9}{5}t}$ , 解得:  $t=\frac{13}{12}$ .



24. (1) 证明: 如图 1, 过点 D 作  $DF \perp BC$ , 交 AB 于点 F, 则  $\angle BDE+\angle FDE=90^\circ$ ,  $\because DE \perp AD$ ,  $\therefore \angle FDE+\angle ADF=90^\circ$ ,  $\therefore \angle BDE=\angle ADF$ ,  $\therefore \angle BAC=90^\circ$ ,  $\angle ABC=45^\circ$ ,  $\therefore \angle C=45^\circ$ ,  $\because MN \parallel AC$ ,  $\therefore \angle EBD=180^\circ-\angle C=135^\circ$ ,  $\because \angle FBD=45^\circ$ ,  $DF \perp BC$ ,  $\therefore \angle BFD=45^\circ$ ,  $BD=DF$ ,  $\therefore \angle AFD=135^\circ$ ,  $\therefore \angle EBD=\angle AFD$ , 在  $\triangle BDE$  和  $\triangle FDA$  中  $\begin{cases} \angle EBD=\angle AFD, \\ BD=DF, \\ \angle BDE=\angle ADF, \end{cases}$   $\therefore \triangle BDE \cong \triangle FDA$  (ASA),  $\therefore AD=DE$ ;

(2) 解:  $DE=\sqrt{3}AD$ , 理由: 如图 2, 过点 D 作  $DG \perp BC$ , 交 AB 于点 G, 则  $\angle BDE+\angle GDE=90^\circ$ ,  $\because DE \perp AD$ ,  $\therefore \angle GDE+\angle ADG=90^\circ$ ,  $\therefore \angle BDE=\angle ADG$ ,  $\therefore \angle BAC=90^\circ$ ,  $\angle ABC=30^\circ$ ,  $\therefore \angle C=60^\circ$ ,  $\because MN \parallel AC$ ,  $\therefore \angle EBD=180^\circ-\angle C=120^\circ$ ,

$\therefore \angle ABC=30^\circ$ ,  $DG \perp BC$ ,  $\therefore \angle BGD=60^\circ$ ,  $\therefore \angle AGD=120^\circ$ ,  $\therefore \angle EBD=\angle AGD$ ,  $\therefore \triangle BDE \sim \triangle GDA$ ,  $\therefore \frac{AD}{DE}=\frac{DG}{BD}$ , 在 Rt $\triangle BDG$  中,  $\frac{DG}{BD}=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\therefore DE=\sqrt{3}AD$ ; (3)  $AD=DE \cdot \tan \alpha$ ; 理由: 如图 2,  $\angle BDE+\angle GDE=90^\circ$ ,  $\therefore DE \perp AD$ ,  $\therefore \angle GDE+\angle ADG=90^\circ$ ,  $\therefore \angle BDE=\angle ADG$ ,  $\therefore \angle EBD=90^\circ+\alpha$ ,  $\angle AGD=90^\circ+\alpha$ ,  $\therefore \angle EBD=\angle AGD$ ,  $\therefore \triangle EBD \sim \triangle AGD$ ,  $\therefore \frac{AD}{DE}=\frac{DG}{BD}$ , 在 Rt $\triangle BDG$  中,  $\frac{DG}{BD}=\tan \alpha$ , 则  $\frac{AD}{DE}=\tan \alpha$ ,  $\therefore AD=DE \cdot \tan \alpha$ .

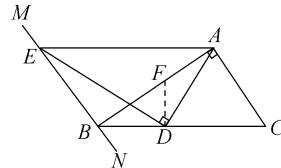


图 1

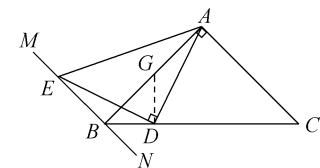


图 2

25. (1) 证明:  $\because DO \perp AB$ ,  $\therefore \angle DOB=\angle DOA=90^\circ$ ,  $\therefore \angle DOB=\angle ACB=90^\circ$ , 又  $\because \angle B=\angle B$ ,  $\therefore \triangle DOB \sim \triangle ACB$ ; (2) 解:  $\because \angle ACB=90^\circ$ ,  $\therefore AB=10$ ,  $\because AD$  平分  $\angle CAB$ ,  $DC \perp AC$ ,  $DO \perp AB$ ,  $\therefore DC=DO$ , 在 Rt $\triangle ACD$  和 Rt $\triangle AOD$  中,  $AD=AD$ ,  $DC=DO$ ,  $\therefore \text{Rt } \triangle ACD \cong \text{Rt } \triangle AOD$  (HL),  $\therefore AC=AO=6$ , 设  $BD=x$ , 则  $DC=DO=8-x$ ,  $OB=AB-AO=4$ , 在 Rt $\triangle BOD$  中, 根据勾股定理得:  $DO^2+OB^2=BD^2$ , 即  $(8-x)^2+4^2=x^2$ , 解得:  $x=5$ ,  $\therefore BD$  的长为 5; (3) 解:  $\because$  点  $B'$  与点  $B$  关于直线  $DO$  对称,  $\therefore \angle B=\angle OB'D$ ,  $BO=B'O$ ,  $BD=B'D$ ,  $\because \angle B$  为锐角,  $\therefore \angle OB'D$  也为锐角,  $\therefore \angle AB'D$  为钝角,  $\therefore$  当  $\triangle AB'D$  为等腰三角形时,  $AB'=DB'$ ,  $\because \triangle DOB \sim \triangle ACB$ ,  $\therefore \frac{OB}{BD}=\frac{BC}{AB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ , 设  $BD=5x$ , 则  $AB'=DB'=5x$ ,  $BO=B'O=4x$ ,  $\therefore AB'+B'O+BO=AB$ ,  $\therefore 5x+4x+4x=10$ , 解得:  $x=\frac{10}{13}$ ,  $\therefore BD=\frac{50}{13}$ .

26. 解:(1) 如图 1 中,

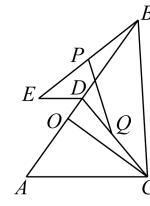


图 1

$\because CO \perp AB$ ,  $\therefore \angle AOC=\angle ACB=90^\circ$ ,  $\therefore \angle A=\angle A$ ,  $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACO$ ,  $\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{AC}{AO}$ ,  $\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$ ,  $\therefore OA=\frac{AC^2}{AB}=\frac{25}{13}$ .

(2) 如图 2 中, 取  $BD$  中点  $F$ , 连接  $PF$ ,  $QF$ , 则  $PF \parallel ED$ ,  $FQ$



$\parallel BC$ ,  $PF \perp FQ$ , 且  $PF = \frac{1}{2}ED = 1$ ,  $FQ = \frac{1}{2}BC = 6$ , 在 Rt  $\triangle PFQ$  中,  $PQ = \sqrt{PF^2 + FQ^2} = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37}$ .

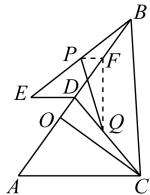


图 2

(3) 如图 3 中, 取  $AD$  中点  $G$ ,  $PQ$  与  $AB$  交点为  $M$ , 连接  $GQ$ ,  $\because GQ \parallel AC$ ,  $ED \parallel AC$ ,  $PF \parallel ED$ ,  $\therefore PF \parallel GQ$ ,  $\therefore \triangle PMF \sim \triangle QMG$ ,  $\therefore \frac{PM}{QM} = \frac{PF}{GQ} = \frac{2}{5}$ ,  $\therefore PM + QM = \sqrt{37}$ ,  $\therefore PM = \frac{2\sqrt{37}}{7}$ ,  $MQ = \frac{5\sqrt{37}}{7}$ ,  $\therefore |PM - QM| = \frac{3\sqrt{37}}{7}$ .

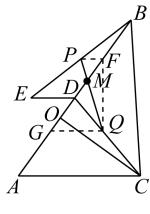


图 3

### 期末复习专题(三) 锐角三角函数

[当堂反馈] 1. D 2. D 3. A 4. A 5. A 6. B 7. B  
8. D 9. D 10. D 11. (1) 解: 原式 =  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 - (3\sqrt{2})^2 - (-8 \times 0.125)^3 = \frac{1}{4} + 1 - 3\sqrt{2} + 3 - 1 = 3\frac{1}{4} - 3\sqrt{2}$ .

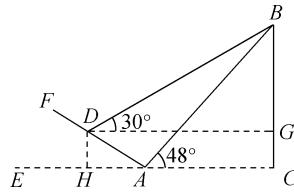
(2) 解:  $\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\therefore \alpha + 15^\circ = 60^\circ$ ,  $\therefore \alpha = 45^\circ$ ,  $\therefore$  原式 =  $2\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + 1 + 3 = 3$ . 12. 解: (1)  $\because \angle CGD = 42^\circ$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle CDG = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$ ,  $\because DG \parallel EF$ ,  $\therefore \angle CEF = \angle CDG = 48^\circ$ ; (2)  $\because$  点  $H$ ,  $B$  的读数分别为  $4, 13.4$ ,  $\therefore HB = 13.4 - 4 = 9.4$ ,  $\therefore BC = HB \cos 42^\circ \approx 9.4 \times 0.74 \approx 6.96$ . 答:  $BC$  的长为  $6.96$ .

[巩固提升] 13.  $\frac{4}{5}$  14. 105 15.  $30\sqrt{3}$  16.  $\frac{1}{4}$

17.  $\frac{3}{4}$  18.  $\frac{3}{5}$  19.  $15\sqrt{3}$  或  $10\sqrt{3}$  20. 208 21.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$

22. (1)  $\frac{1}{3} + \sqrt{2}$  (2) 0 (3)  $12 - \frac{1}{2}\sqrt{3}$  23. 解: 如图, 过点  $D$  作  $DG \perp BC$  于点  $G$ ,  $DH \perp CE$  于点  $H$ , 则四边形  $DHCG$  为矩形, 故  $DG = CH$ ,  $CG = DH$ . 在直角三角形  $AHD$  中,  $\because \angle DAH = 30^\circ$ ,  $AD = 6$ ,  $\therefore DH = 3$ ,  $AH = 3\sqrt{3}$ ,  $\therefore CG = 3$ , 设  $BC$  为  $x$ , 在直角三角形  $ABC$  中,  $AC = \frac{BC}{\tan \angle BAC} = \frac{x}{1.11}$ ,

$\therefore DG = 3\sqrt{3} + \frac{x}{1.11}$ ,  $BG = x - 3$ , 在直角三角形  $BDG$  中,  $\because BG = DG \cdot \tan 30^\circ$ ,  $\therefore x - 3 = \left(3\sqrt{3} + \frac{x}{1.11}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 解得:  $x \approx 12$ ,  $\therefore$  大树的高度为 12 米.



24. 解: 在直角  $\triangle ADB$  中,  $\because \angle ADB = 90^\circ$ ,  $\angle BAD = 30^\circ$ ,  $AB = 200$  m,  $\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 100$  m, 在直角  $\triangle CEB$  中,  $\because \angle CEB = 90^\circ$ ,  $\angle CBE = 42^\circ$ ,  $CB = 200$  m,  $\therefore CE = BC \cdot \sin 42^\circ \approx 200 \times 0.67 = 134$  m,  $\therefore BD + CE \approx 100 + 134 = 234$  m. 答: 缆车从点  $A$  运行到点  $C$  的垂直上升的距离约为 234 m.

25. (1) 证明: 连接  $OB$ .  $\because BC \parallel OP$ ,  $\therefore \angle BCO = \angle POA$ ,  $\angle CBO = \angle POB$ ,  $\therefore \angle POA = \angle POB$ , 又  $\because PO = PO$ ,  $OB = OA$ ,  $\therefore \triangle POB \cong \triangle POA$ .  $\therefore \angle PBO = \angle PAO = 90^\circ$ .  $\therefore PB$  是  $\odot O$  的切线. (2) 解:  $2PO = 3BC$  (写  $PO = \frac{3}{2}BC$  亦可). 证明:

$\because \triangle POB \cong \triangle POA$ ,  $\therefore PB = PA$ .  $\therefore BD = 2PA$ ,  $\therefore BD = 2PB$ .  $\because BC \parallel PO$ ,  $\therefore \triangle DBC \sim \triangle DPO$ .  $\therefore \frac{BC}{PO} = \frac{BD}{PD} = \frac{2}{3}$ ,  $\therefore 2PO = 3BC$ . (3) 解:  $\because CB \parallel OP$ ,  $\therefore \triangle DBC \sim \triangle DPO$ ,  $\therefore \frac{DC}{DO} = \frac{BD}{PD} = \frac{2}{3}$ ,

即  $DC = \frac{2}{3}OD$ .  $\therefore OC = \frac{1}{3}OD$ ,  $\therefore DC = 2OC$ . 设  $OA = x$ ,  $PA = y$ . 则  $OD = 3x$ ,  $OB = x$ ,  $BD = 2y$ . 在  $\triangle OBD$  中, 由勾股定理得  $(3x)^2 = x^2 + (2y)^2$ , 即  $2x^2 = y^2$ .  $\because x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $\therefore y = \sqrt{2}x$ ,  $OP = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3}x$ .  $\therefore \sin \angle OPA = \frac{OA}{OP} =$

$\frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . 26. (1) 证明: 连接  $OC$ .  $\because OA = OC$ ,

$\therefore \angle OAC = \angle OCA$ .  $\because CE$  是  $\odot O$  的切线,  $\therefore \angle OCE = 90^\circ$ .

$\because AE \perp CE$ ,  $\therefore \angle AEC = \angle OCE = 90^\circ$ ,  $\therefore OC \parallel AE$ ,  $\therefore \angle OCA = \angle CAD$ ,

$\therefore \angle CAD = \angle BAC$ ,  $\therefore \widehat{DC} = \widehat{BC}$ ,  $\therefore DC = BC$ ;

(2) 解:  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ .  $\because \angle CAE = \angle BAC$ ,  $\angle AEC =$

$\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ACE \sim \triangle ABC$ ,  $\therefore \frac{EC}{BC} = \frac{AC}{AB}$ .  $\therefore \frac{EC}{3} = \frac{4}{5}$ ,

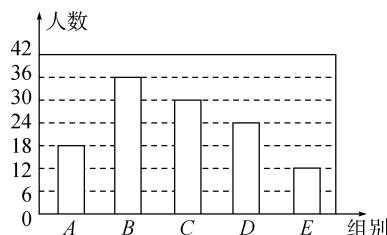
$\therefore EC = \frac{12}{5}$ .  $\because DC = BC = 3$ ,  $\therefore ED = \sqrt{DC^2 - CE^2} =$

$\sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}$ .  $\therefore \tan \angle DCE = \frac{ED}{EC} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{12}{5}} = \frac{3}{4}$ .

### 期末复习专题(四) 统计和概率的简单应用

**[当堂反馈]** 1. B 2. D 3. D 4. D 5. D 6. C 7. B  
 8. B 9. D 10. 解:(1) 甲厂:平均数为 $\frac{1}{10}(4+5+5+5+5+7+9+12+13+15)=8$ ,众数为5,中位数为6;乙厂:平均数为 $\frac{1}{10}(6+6+8+8+8+9+10+12+14+15)=9.6$ ,众数为8,中位数为8.5;丙厂:平均数为 $\frac{1}{10}(4+4+4+6+7+9+13+15+16+16)=9.4$ ,众数为4,中位数为8; $\therefore$ 甲公司用的是平均数;乙公司用的是众数;丙公司用的是中位数.(2) 乙公司.因为从平均数、众数和中位数三项指标上看,都比其他的两个公司要好,他们的产品质量更高.(3) ①丙公司的平均数和中位数都比甲公司高;②从产品寿命的最高年限考虑购买丙公司的产品的使用寿命比较高的机会比乙公司产品大一些.

**[巩固提升]** 11. 公平 12. 抽样调查 13. 2 14. 0.3  
 15. 100 16. 不公平 17. 22 18. 50 19. 520 20. 12  
 21. 解:(1) 平均数= $\frac{1}{12}(26+58+29+92+21+43+24+27+36+46+23+31)=38$ (毫克/百毫升),极差= $92-21=71$ (毫克/百毫升);(2)  $365 \div 7 \times 12 \approx 626$ (起),答:该交警大队能查到626起酒后驾车事件;(3) 与新规定实施前相比,抽查到的司机血液酒精平均含量大大减少,说明人们法律意识增强了,但还要提高认识. 22. 解:(1) 观察频数分布表知:A组有18人,频率为0.15, $\therefore c=18 \div 0.15=120$ , $\therefore a=36$ , $\therefore b=36 \div 120=0.30$ ; $\therefore C$ 组的频数为 $120-18-36-24-12=30$ ,补全统计图为:



故答案为:36,0.30,120;(2)  $\because$ 共120人, $\therefore$ 中位数为第60人和第61人的平均数, $\therefore$ 中位数应该落在C小组内;(3) 个人旅游年消费金额在6000元以上的人数是 $3000 \times (0.10 + 0.20) = 900$ 人. 23. 解:(1) 甲班的优秀率是 $\frac{3}{5} \times 100\% = 60\%$ ;乙班的优秀率是 $\frac{2}{5} \times 100\% = 40\%$ ;(2) 甲班5名学生成绩的中位数为100个;乙班5名学生成绩的中位数为97个;

(3)  $\bar{x}_甲 = \frac{1}{5} \times 500 = 100$ (个), $\bar{x}_乙 = \frac{1}{5} \times 500 = 100$ (个); $S_甲^2 = \frac{1}{5} [(100-100)^2 + (98-100)^2 + (110-100)^2 +$

$(89-100)^2 + (103-100)^2] = 46.8$ , $S_乙^2 = \frac{1}{5} [(89-100)^2 + (100-100)^2 + (95-100)^2 + (119-100)^2 + (97-100)^2] = 103.2$ ; $\because 46.8 < 103.2$ , $\therefore$ 甲班比赛成绩的方差小.(4) 因为甲班5人比赛成绩的优秀率比乙班高、中位数比乙班大、方差比乙班小,所以应该把冠军奖状发给甲班.

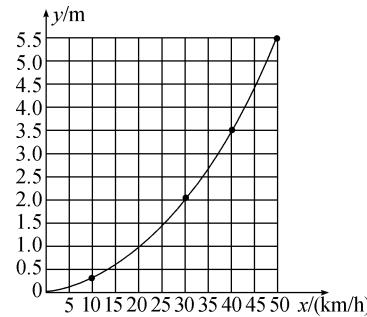
24. 解:(1) 甲的成绩为:9,6,7,6,2,7,7,8,8,9;乙的成绩为:2,4,6,8,7,7,8,9,9,10,将甲成绩按照从小到大顺序排列得:2,6,6,7,7,7,8,8,9,9,则甲的中位数为7,方差为 $\frac{1}{10}[(2-7)^2 + 2 \times (6-7)^2 + 3 \times (7-7)^2 + 2 \times (8-7)^2 + 2 \times (9-7)^2] = 3.7$ ;将乙成绩按照从小到大顺序排列得:2,4,6,7,7,8,8,9,9,10,则乙的中位数为7.5,乙的平均数为 $\frac{1}{10} \times (2+4+6+8+7+7+8+9+9+10) = 7$ ;甲、乙射击成绩统计表如下:

	平均数	中位数	方差	命中10环的次数
甲	7	7	3.7	0
乙	7	7.5	5.4	1

(2) 由甲的方差小于乙的方差,所以甲胜出.

25. 解:(1)  $\because$ 摸到白球的频率为 $(0.63 + 0.62 + 0.593 + 0.604 + 0.601 + 0.599 + 0.601) \div 7 \approx 0.6$ , $\therefore$ 当实验次数为10000次时,摸到白球的频率将会接近0.6.(2)  $\because$ 摸到白球的频率为0.6, $\therefore$ 假如你摸一次,你摸到白球的概率 $P(\text{白球})=0.6$ .(3) 由已知得到盒子内白球数24,黑球数16;增加8个黑球(或减少8个白球等)后摸到白球的概率为0.5.

26. 解:(1) 该函数的大致图像如图所示.

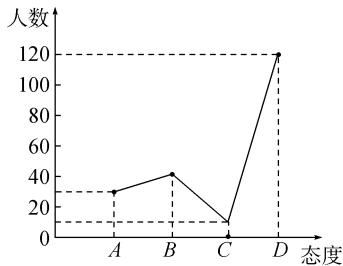


(2) 该函数的图像是抛物线的一部分,故估计该函数为二次函数,设函数的表达式为 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ ,将点(0,0),

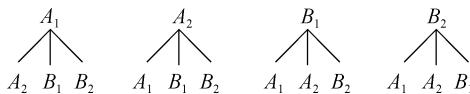
$(10, 0.3)$ , $(20, 1.0)$ 代入,得 $\begin{cases} c=0, \\ 0.3=100a+10b+c, \\ 1.0=400a+20b+c, \end{cases}$  $a=0.002$ , $b=0.01$ , 所以该函数的表达式为 $y=0.002x^2+0.01x$ .



(3) 汽车是超速行驶. 当  $y=46.5$  时,  $46.5=0.002x^2+0.01x$ , 解得  $x_1=150, x_2=-155$ (舍去). 因为  $150 \text{ km/h} > 120 \text{ km/h}$ , 所以发生事故时汽车超速行驶. 27. 解:(1)  $120 \div 60\% = 200$ (人), 所以调查的家长数为 200 人;(2) 扇形 C 所对的圆心角的度数  $= 360^\circ \times (1-20\%-15\%-60\%) = 18^\circ$ , C 类的家长数  $= 200 \times (1-20\%-15\%-60\%) = 10$ (人), 补充图为:



(3) 设初三(1) 班两名家长为  $A_1, A_2$ , 初三(2) 班两名家长为  $B_1, B_2$ , 画树状图为



共有 12 种等可能结果, 其中 2 人来自不同班级共有 8 种, 所以 2 人来自不同班级的概率  $= \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ .

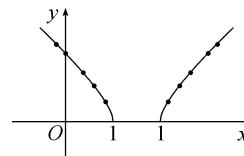
### 期末自测卷(1)

- 一、1. D 2. B 3. D 4. C 5. B 6. D 7. C 8. A  
 二、9. 20 10. 540 11.  $\sqrt{3}$  12. 26 13.  $\frac{6}{5}$  14.  $\frac{1}{16}$   
 15. (5,2)或(4,4) 16.  $0 < x < 4$  17. 0 或 -1  
 18. (1) 4;8 (2)  $\frac{6}{5\pi}$  37.5 49.9%

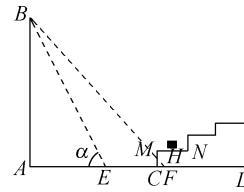
三、19. -1 20. 解: 关于  $x$  的方程  $x^2-3x-1=0$  的二次项系数  $a=1$ , 一次项系数  $b=-3$ , 常数项  $c=-1$ , 则  $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$ , 解得:  $x_1=\frac{3+\sqrt{13}}{2}, x_2=\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ . 21. 解:(1) 根据题意得  $m \neq 1, \Delta=(-2m)^2-4(m-1)(m+1)=4$ ,  $\therefore x_1=\frac{2m+2}{2(m-1)}=\frac{m+1}{m-1}, x_2=\frac{2m-2}{2(m-1)}=1$ ; (2) 由(1) 知  $x_1=\frac{m+1}{m-1}=1+\frac{2}{m-1}$ ,  $\therefore$  方程的两个根都是正整数,  $\therefore \frac{2}{m-1}$  是正整数,  $\therefore m-1=1$  或  $m-1=2$ ,  $\therefore m=2$  或 3.

22. 解:(1) 在  $\triangle ABC$  中,  $\because AD$  是  $BC$  边上的高,  $\therefore \angle ADB=\angle ADC=90^\circ$ . 在  $\triangle ADC$  中,  $\because \angle ADC=90^\circ, \angle C=45^\circ, AD=1$ ,  $\therefore DC=AD=1$ . 在  $\triangle ADB$  中,  $\because \angle ADB=90^\circ, \sin B=\frac{1}{3}, AD=1$ ,  $\therefore AB=\frac{AD}{\sin B}=3$ ,  $\therefore BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=2\sqrt{2}$ ,  $\therefore BC=BD+DC=2\sqrt{2}+1$ ; (2)  $\because AE$

是  $BC$  边上的中线,  $\therefore CE=\frac{1}{2}BC=\sqrt{2}+\frac{1}{2}$ ,  $\therefore DE=CE-CD=\sqrt{2}-\frac{1}{2}$ ,  $\therefore \tan \angle DAE=\frac{DE}{AD}=\sqrt{2}-\frac{1}{2}$ . 23. 解:(1)  $x \leqslant 1$  或  $x \geqslant 2$ ; (2) 如图所示:



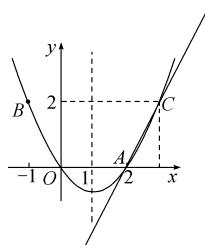
(3)  $x_1 < x_3 < x_4 < x_2$  24. 解:(1) 当  $\alpha=60^\circ$  时, 在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $\because \tan 60^\circ=\frac{AB}{AE}=\frac{AB}{10}$ ,  $\therefore AB=10 \cdot \tan 60^\circ=10\sqrt{3} \approx 10 \times 1.73=17.3$  米, 即楼房的高度约为 17.3 米; (2) 当  $\alpha=45^\circ$  时, 小猫仍可以晒到太阳. 理由如下: 假设没有台阶, 当  $\alpha=45^\circ$  时, 从点  $B$  射下的光线与地面  $AD$  的交点为点  $F$ , 与  $MC$  的交点为点  $H$ .  $\because \angle BFA=45^\circ$ ,  $\therefore \tan 45^\circ=\frac{AB}{AF}=1$ , 此时的影长  $AF=AB=17.3$  米,  $\therefore CF=AF-AC=17.3-17.2=0.1$  米,  $\therefore CH=CF=0.1$  米,  $\therefore$  大楼的影子落在台阶  $MC$  这个侧面上,  $\therefore$  小猫仍可以晒到太阳.



25. 解:(1)  $x=30-15-10-3=2$ ; 中位数落在等级 B 中; 等级 D 部分的扇形圆心角  $n=360^\circ \times \frac{3}{30}=36^\circ$ ; 故答案是: 2, B, 36°;  
 (2) 乙班 A 等级的人数是:  $30 \times 10\% = 3$ (人), 则甲班的两个人用甲表示, 乙班的三个人用乙表示.



共有 20 种情况, 则抽取到两名学生恰好来自同一班级的概率是:  $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$ . 26. 解:(1) 根据图示, 由抛物线的对称性可知, 抛物线的对称轴与  $x$  轴的交点坐标  $(1, 0)$ ; (2) 抛物线的对称轴是直线  $x=1$ . 根据图示知, 当  $x < 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 所以, 当  $x_1 < x_2 < 1$  时,  $y_1 > y_2$ ; (3)  $\because$  对称轴是直线  $x=1$ , 点  $B(-1, 2)$  在该抛物线上, 点  $C$  与点  $B$  关于抛物线的对称轴对称,  $\therefore$  点  $C$  的坐标是  $(3, 2)$ , 设直线  $AC$  的关系式为  $y=kx+b(k \neq 0)$ , 则  $\begin{cases} 0=2k+b, \\ 2=3k+b, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=2, \\ b=-4, \end{cases}$ ,  $\therefore$  直线  $AC$  的函数关系式是:  $y=2x-4$ .



27. (1) 解: 尺规作图如图 1 所示; (2) ①证明: 如图 2, ∵AD 平分∠BAC, ∴∠DAC=∠BAD, ∵OA=OD, ∴∠OAD=∠D, ∴∠CAD=∠D, ∴AC//OD, ∴∠ACB=∠OFB, ∵AB 是直径, ∴∠ACB=90°, ∴∠OFB=90°, ∴OD⊥BC;

②解: ∵AC//OD, ∴ $\frac{OF}{AC}=\frac{OB}{AB}$ , 即  $\frac{OF}{4}=\frac{5}{10}$ , ∴OF=2, ∵FD=5-2=3, 在 Rt△OFB 中,  $BF=\sqrt{OB^2-OF^2}=\sqrt{21}$ ,  $OD\perp BC$ , ∴CF=BF=3, ∵AC//OD, ∴△EFD~△ECA, ∴ $\frac{EF}{CE}=\frac{FD}{AC}=\frac{3}{4}$ , ∴ $\frac{EF}{CF}=\frac{3}{7}$ , ∴EF= $\frac{3}{7}CF=\frac{3}{7}\times\sqrt{21}=\frac{3\sqrt{21}}{7}$ .

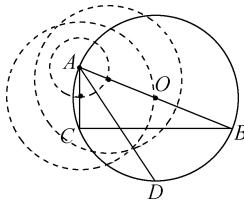


图 1

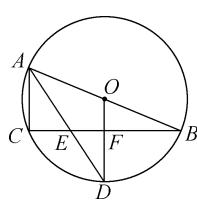


图 2

28. 解: (1) 依题意, 有:  $\begin{cases} a-b-4a=0, \\ -4a=2, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} a=-\frac{1}{2}, \\ b=\frac{3}{2}, \end{cases}$  ∴抛

物线的解析式:  $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$ ; (2) ∵抛物线  $y=ax^2+bx-4a$  交  $x$  轴于点 B, ∴B(4, 0), ∴直线 BC:  $y=-\frac{1}{2}x+2$ ; 如图 1, 过点 P 作  $PQ//y$  轴, 交直线 BC 于点 Q,

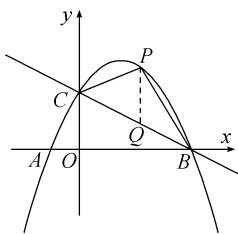


图 1

设  $P(x, -\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2)$ , 则  $Q(x, -\frac{1}{2}x+2)$ , ∴ $PQ=(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2)-(-\frac{1}{2}x+2)=-\frac{1}{2}x^2+2x$ ,  $S_{\triangle PCB}=\frac{1}{2}PQ\cdot OB=\frac{1}{2}\times(-\frac{1}{2}x^2+2x)\times 4=-(x-2)^2+4$ ; 当

$x=2$  时,  $S$  有最大值, 当  $x=2$  时,  $y=-\frac{1}{2}\times 4+\frac{3}{2}\times 2+2=3$ , ∴当 P(2, 3) 时,  $\triangle PCB$  的面积最大; (3) 如图 2, 过 D 作  $DG\perp x$  轴于 G, 过 N 作  $NH//y$  轴, 过 M 作  $MH//x$  轴, 交于点 H,

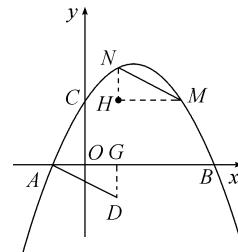


图 2

由题意得:  $\triangle ADG\cong\triangle MNG$ , ∵A(-1, 0), D(1, -1), ∴AG=2, DG=1, ∴NH=DG=1, MH=AG=2, 设  $N(m, -\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2)$ , 则  $M(m+2, -\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2-1)$ , 把 M 的坐标代入抛物线  $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$  中得:  $-\frac{1}{2}(m+2)^2+\frac{3}{2}(m+2)+2=-\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}+2-1$ , 解得:  $m=1$ . 当  $m=1$  时,  $-\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2=-\frac{1}{2}\times 1+\frac{3}{2}+2=3$ , ∴N(1, 3), M(3, 2).

### 期末自测卷(2)

- 一、1. B 2. B 3. D 4. D 5. D 6. B  
二、7. 34 8. 9. 6 9. ②①④⑤③ 10.  $y=x^2-2x+4$

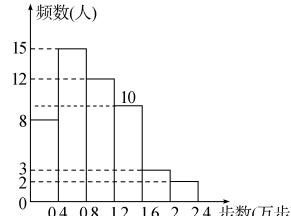
11. > 12. 75 13. 7 14. 4. 9 m 15.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  16. 2

三、17. 解: (1) 原式= $3+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-1=3+1-1=3$ ; (2) 原式= $\frac{x(x+1)-(x-1)}{(x+1)(x-1)}\div\frac{1}{(x+1)(x-1)}=x(x+1)-(x-1)=x^2+1$ .

18. 解: 方程的两边同乘  $(x+1)(x-1)$ , 得:  $x^2+2x-3=0$ , 解得:  $x=1$  或  $x=-3$ , 检验: 把  $x=1$  代入  $(x+1)(x-1)=0$ ,  $x=-3$  代入  $(x+1)(x-1)=8\neq 0$ , ∴ $x=1$  为增根, 则原方程的解为  $x=-3$ .

19. 解: (1) 根据题意知,  $p=0.1x+4$ ; (2)  $y=(0.1x+4)(10000-50x)=-5x^2+800x+40000$ . (3) ∵利润= $y-300x-4\times 10000=-5x^2+500x=-5(x-50)^2+12500$ , ∴当  $x=50$  时, 最大利润 12500 元, 答: 该水果店将这批水果存放 50 天后一次性售出, 可以获得最大利润, 最大利润为 12500 元.

20. 解: (1)  $a=0.16$ ;  $b=10$ ; 频数分布直方图如图.



(2)  $37800 \times (0.2 + 0.06 + 0.04) = 11340$ (人); (3) 分别用 A、B、C 表示 1.6 万步至 2.0 万步的教师, 分别用 D、E 表示 2.0 万至 2.4 万步的教师, 由题意, 可列表:

第一次 第二次	A	B	C	D	E
A	(A, B)	(A, C)	(A, D)	(A, E)	
B	(B, A)	(B, C)	(B, D)	(B, E)	
C	(C, A)	(C, B)		(C, D)	(C, E)
D	(D, A)	(D, B)	(D, C)		(D, E)
E	(E, A)	(E, B)	(E, C)	(E, D)	

由列表可知, 共有 20 种结果, 且每种结果出现的可能性相同, 其中满足要求的有 2 种,  $\therefore P[\text{恰好都在 } 2.0 \text{ 万步(包含 } 2.0 \text{ 万步)以上}] = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ . 21. 解: (1) 在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $AD = AB \sin 45^\circ = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4$ . 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\because \angle ACD = 30^\circ$ ,

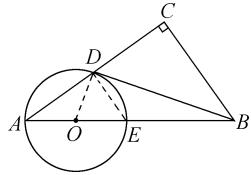
$\therefore AC = 2AD = 8$ . 即新传送带 AC 的长度为 8 米;

(2) 结论: 货物 MNQP 不用挪走. 理由: 在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $BD = AB \cos 45^\circ = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4$ . 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $CD = AC \cos 30^\circ = 4\sqrt{3}$ .  $\therefore CB = CD - BD = 4\sqrt{3} - 4 \approx 2.8$ .  $\because PC = PB - CB \approx 5 - 2.8 = 2.2 > 2$ ,  $\therefore$  货物 MNQP 不用挪走. 22. (1) 证明: 连接 OD、DE,  $\because OA = OD$ ,  $\therefore \angle A = \angle ADO$ ,  $\therefore \angle A + \angle CDB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ADO + \angle CDB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ODB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ,  $\therefore OD \perp BD$ ,  $\therefore OD$  是  $\odot O$  半径,  $\therefore$  直线 BD 与  $\odot O$  相切;

(2) 解:  $\because AE$  是  $\odot O$  直径,  $\therefore \angle ADE = 90^\circ = \angle C$ ,  $\therefore BC \parallel DE$ ,  $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ,  $\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$ .  $\because D$  为 AC 中点,  $\therefore AD = DC = \frac{1}{2} AC$ ,  $\therefore AE = BE = \frac{1}{2} AB$ , DE 是  $\triangle ACB$  的中位线,

$\therefore AE = \frac{1}{2} AB$ ,  $DE = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ , 设  $AD = 4a$ ,  $AE = 5a$ , 在  $\text{Rt}\triangle ADE$  中, 由勾股定理得:  $DE = 3a = 3$ , 解得:  $a = 1$ ,

$\therefore AE = 5a = 5$ . 答:  $\odot O$  的直径是 5.



23. 解: (1) ① 当  $0 \leq x < 8$  时,  $w_{\text{甲}} = x(-x+14) - x = -x^2 + 13x$ ;  $w_{\text{乙}} = 9(20-x) - [12+3(20-x)] = 108-6x$ ,  $\therefore w = w_{\text{甲}} + w_{\text{乙}} - 3 \times 20 = (-x^2 + 13x) + (108-6x) - 60 = -x^2 + 7x + 48$ ; ② 当  $x \geq 8$  时,  $w_{\text{甲}} = 6x - x = 5x$ ;  $w_{\text{乙}} = 9(20-x) - [12+3(20-x)] = 108-6x$ ,  $\therefore w = w_{\text{甲}} + w_{\text{乙}} - 3 \times 20 = 5x +$

$(108-6x) - 60 = -x + 48$ .  $\therefore w$  关于  $x$  的函数关系式为:  $w = \begin{cases} -x^2 + 7x + 48 & (0 < x < 8) \\ -x + 48 & (x \geq 8) \end{cases}$  ② 当  $0 < x < 8$  时,  $-x^2 + 7x + 48 = 30$ , 解得  $x = 18$ ,  $\therefore$  当毛利润达到 30 万元时, 直接销售的甲类草莓有 18 吨.

(2) 设投入资金后, 甲类分到收购的草莓为  $x$  吨, 乙类为  $y$  吨, 总投入资金为  $3(x+y) + x + 12 + 3y = 100$ , 即  $2x + 3y = 44$ . 当  $x < 8$  时总利润为  $w = (-x+14)x + 9 \times \frac{44-2x}{3} - 100 = -x^2 + 8x + 32 = -(x-4)^2 + 48$ ,  $x=4$  时取到最大值 48. 当  $x \geq 8$  时, 总利润为  $w = 6x + 9 \times \frac{44-2x}{3} -$

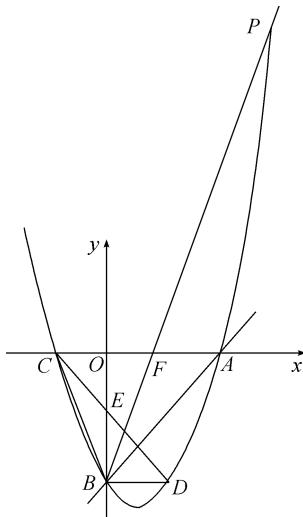
$100 = 32$  为常数. 故方案为收购 16 吨, 甲类分配 4 吨, 乙类分配 12 吨, 总收益为 48 万元.

24. 解: (1) 设直线 OA 的解析式为  $y = kx$ ,  $\because A(2, 4)$ ,  $\therefore 2k = 4$ , 解得  $k = 2$ ,  $\therefore$  线段 OA 所在直线的函数解析式为  $y = 2x$ ; (2)  $\because$  顶点 M 的横坐标为  $m$ , 且在 OA 上移动,  $\therefore y = 2m$  ( $0 \leq m \leq 2$ ),  $\therefore M(m, 2m)$ ,  $\therefore$  抛物线的解析式为  $y = (x-m)^2 + 2m$ ,  $\therefore$  当  $x=2$  时,  $y = (2-m)^2 + 2m = m^2 - 2m + 4$  ( $0 \leq m \leq 2$ ),  $\therefore PB = m^2 - 2m + 4 = (m-1)^2 + 3$  ( $0 \leq m \leq 2$ ),  $\therefore$  当  $m=1$  时,  $PB$  最短, 当  $PB$  最短时, 抛物线的解析式为  $y = (x-1)^2 + 2$ ; (3) 若二次函数的图像是过点  $Q(a, a-1)$ , 则方程  $a-1 = (a-1)^2 + 2$  有解. 即方程  $a^2 - 3a + 4 = 0$  有解,  $\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 4 = -7 < 0$ ,  $\therefore$  二次函数的图像不过点 Q.

25. (1) 证明:  $\because DM \parallel EF$ ,  $\therefore \angle AMD = \angle AFE$ ,  $\because \angle AFE = \angle A$ ,  $\therefore \angle AMD = \angle A$ ,  $\therefore DM = DA$ ; (2) 证明:  $\because D, E$  分别是 AB, BC 的中点,  $\therefore DE \parallel AC$ ,  $\therefore \angle BDE = \angle A$ ,  $\angle DEB = \angle C$ ,  $\therefore \angle BDE = \angle AFE$ ,  $\therefore \angle BDG + \angle GDE = \angle C + \angle FEC$ ,  $\therefore \angle BDG = \angle C$ ,  $\therefore \angle GDE = \angle FEC$ , 又  $\angle DEB = \angle C$ ,  $\therefore \triangle DEG \sim \triangle ECF$ ;

(3) 解:  $\because \angle BDG = \angle C = \angle DEB$ ,  $\angle B = \angle B$ ,  $\therefore \triangle BDG \sim \triangle BED$ ,  $\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{BG}{BD}$ , 即  $BD^2 = BE \cdot BG$ ,  $\therefore DE \parallel AC$ ,  $DM \parallel EF$ ,  $\therefore$  四边形 DEF M 是平行四边形,  $\therefore EF = DM$ , 又  $\because DM = AD$ ,  $AD = BD$ ,  $\therefore EF = BD = 2$ ,  $\therefore BE = CE$ ,  $EF = 2$ ,  $CE = 3$ ,  $\therefore 2^2 = 3 \cdot BG$ ,  $\therefore BG = \frac{4}{3}$ ,  $\therefore GE = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$ .

26. 解: (1)  $\because$  直线  $y = kx - 3$  与 y 轴交于点 B,  $\therefore B(0, -3)$ ,  $\therefore (0-1)^2 + m = -3$ ,  $\therefore m = -4$ . 由  $(x-1)^2 - 4 = 0$  得  $A(3, 0)$ ,  $C(-1, 0)$ ,  $\therefore 3k - 3 = 0$ ,  $\therefore k = 1$ . (2) ①  $\because BD \parallel x$  轴且 B, D 都在抛物线  $y = (x-1)^2 - 4$  上,  $\therefore$  点 D 与点 B 关于对称轴直线  $x=1$  对称, 即 D 为  $(2, -3)$ .  $\therefore$  直线 CD 的解析式为  $y = -x - 1$ ,  $\therefore$  点 E 为  $(0, -1)$ .  $\therefore \triangle OCE$  为等腰直角三角形,  $\therefore \angle BCD + \angle OBC = \angle CEO = 45^\circ$ . ② 当直线 BP 与 x 轴的交点 F 在点 A 的左侧时,

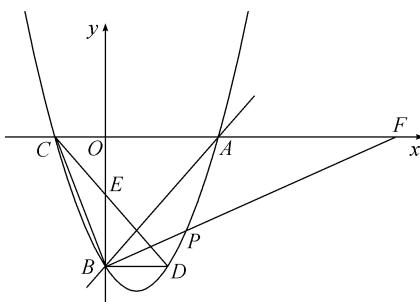


$\because A(3, 0), B(0, -3)$ ,  $\therefore \triangle AOB$  为等腰直角三角形,  
 $\therefore \angle ABF + \angle OBF = \angle ABO = 45^\circ$ .  $\because \angle BCD + \angle OBC = 45^\circ$   
且  $\angle ABP = \angle BCD$ ,  $\therefore \angle OBF = \angle OBC$ ,  $\therefore \triangle OBF \cong \triangle OBC$ ,  
 $\therefore OF = OC = 1$ , 即  $F(1, 0)$ .

3. 联立方程组得  $\begin{cases} y = 3x - 3, \\ y = x^2 - 2x - 3, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -3, \end{cases}$  (舍)

$\begin{cases} x_2 = 5, \\ y_2 = 12. \end{cases}$   $\therefore P$  点坐标为  $(5, 12)$ .

当直线  $BP$  与  $x$  轴的交点  $F$  在点  $A$  的右侧时,



$\therefore \angle ABF + \angle DBF = \angle ABD = 45^\circ$ ,  $\angle BCD + \angle OBC = 45^\circ$  且  
 $\angle ABF = \angle BCD$ ,  $\therefore \angle DBF = \angle OBC$ ,  $\therefore \angle DBF = \angle OFB$ ,  
 $\therefore \angle OFB = \angle OBC$ ,  $\therefore \tan \angle OFB = \tan \angle OBC = \frac{1}{3}$ .  $\therefore OF =$

9, 即  $F(9, 0)$ ,  $\therefore$  直线  $BP$  的解析式为  $y = \frac{1}{3}x - 3$ .

联立方程组得  $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x - 3, \\ y = x^2 - 2x - 3, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -3, \end{cases}$  (舍)

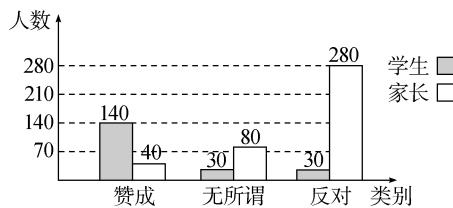
$\begin{cases} x_2 = \frac{7}{3}, \\ y_2 = -\frac{20}{9}. \end{cases}$   $\therefore P$  点坐标为  $(\frac{7}{3}, -\frac{20}{9})$ .

14. (0, -3) 15. 50 16.  $2\sqrt{3}$  17. 10 18.  $3^{2015}$

三、19. (1) 解: 原式  $= 1 - 2 + 3 - 4 = -2$ ; (2) 解: 原式  $= \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 2} \cdot \frac{3(a - 2)}{a - 1} = \frac{(a - 1)^2}{a - 2} \cdot \frac{3(a - 2)}{a - 1} = 3(a - 1) = 3a - 3$ .

3. 20. (1) 解:  $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$ ,  $\therefore x_1 = 1, x_2 = 2$ ; (2)

解: 由不等式  $x - 1 > 2$ , 得  $x > 3$ , 由不等式  $2 + x \geqslant 2(x - 1)$ , 得  $x \leqslant 4$ , 所以原不等式组的解是  $3 < x \leqslant 4$ . 21. 解: (1) 这次调查的家长人数为:  $80 \div 20\% = 400$  (人), 表示“反对”的人数是:  $400 - 40 - 80 = 280$  (人). 图形如下.



(2)  $360^\circ \times \frac{40}{400} = 36^\circ$ ; (3) 反对中学生带手机的家长大约有:

$6500 \times \frac{280}{400} = 4550$  (人). 22. 解: (1)  $\frac{1}{3}$ ; (2) 画树状图或列表略, 一共有 12 种可能出现的结果, 它们都是等可能的, 符合条件的有两种, 所以  $P_{(\text{选中A,C})} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ; 答: 选中 A、C 两本

的概率是  $\frac{1}{6}$ . 23. (1) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore AB = DC, \angle A = \angle D = 90^\circ$ ,  $\because M$  为  $AD$  的中点,  $\therefore AM = DM$ ,  $\therefore \triangle ABM \cong \triangle DCM$  (SAS).  $\therefore MB = MC$ ; (2) 1 : 2.

24. 解: 设例子中的 A4 厚型纸每页的质量为  $x$  克. 由题意得:  $\frac{400}{x} = 2 \times \frac{160}{x - 0.8}$  (或  $\frac{400 \div 2}{x} = \frac{160}{x - 0.8}$ ), 解之得:  $x = 4$ , 经检验得  $x = 4$  是原方程的解. 答: 例子中的 A4 厚型纸每页的质量为 4 克. 25. 解: 过点  $C$  作  $CE \perp BA$ , 交  $BA$  的延长线于点  $E$ . 在  $\text{Rt}\triangle AEC$  中,  $\angle CAE = 180^\circ - 60.7^\circ - 66.1^\circ = 53.2^\circ$ .  $\therefore CE = AC \cdot \sin 53.2^\circ \approx 1000 \times 0.8 = 800$  米.  $AE = AC \cdot \cos 53.2^\circ \approx 1000 \times 0.6 = 600$  米.  $\therefore BE = BA + AE = 1400 + 600 = 2000$  米. 连接  $AD$ , 过点  $D$  作  $DF \perp AB$ , 垂足为点  $F$ , 则  $DF \parallel CE$ .  $\because D$  是  $BC$  的中点,  $\therefore DF = \frac{1}{2}CE = 400$  米, 且  $F$  为

$BE$  的中点.  $\therefore AF = EF - AE = \frac{1}{2}BE - AE = 400$  米, 由勾股定理得,  $AD = \sqrt{AF^2 + DF^2} = \sqrt{400^2 + 400^2} = 400\sqrt{2} \approx 565.6$  米. 答:  $A, D$  间的距离为 565.6 米.

26. 解: (1)  $\because$  反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  图像过点  $(-4, \frac{1}{2})$ ,  $\therefore m =$

$-4 \times \frac{1}{2} = -2$ ;  $\because$  点  $B(n, 2)$  也在该反比例函数的图像上,

$\therefore 2n = -2$ ,  $\therefore n = -1$ ; 设一次函数的解析式为  $y = kx + b$ ,

### 中考模拟自测卷

- 一、1. B 2. A 3. D 4. B 5. C 6. B 7. B 8. B  
二、9.  $\pm 4$  10.  $2.1 \times 10^{-5}$  11. 95 12. 135 13.  $m < -4$

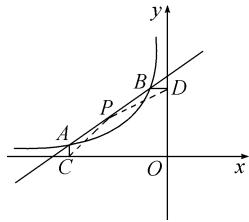


由  $y = kx + b$  的图像过点  $(-4, \frac{1}{2})$ ,  $(-1, 2)$ , 则

$$\begin{cases} -4k+b=\frac{1}{2}, \\ -k+b=2, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} k=\frac{1}{2}, \\ b=\frac{5}{2}, \end{cases} \text{一次函数的解析式为 } y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2};$$

(2)  $-4 < x < -1$ ; (3) 连接  $PC$ 、 $PD$ , 如图, 设

$P(x, \frac{1}{2}x+\frac{5}{2})$ , 由  $\triangle PCA$  和  $\triangle PDB$  面积相等得:  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (x+4) = \frac{1}{2} \times |-1| \times \left(2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)$ , 解之得:  $x = -\frac{5}{2}$ ,  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$ ,  $\therefore P$  点坐标是  $(-\frac{5}{2}, \frac{5}{4})$ .



27. 解:(1) 1 h;(2) 由图可知甲、乙在乙出发 1.5 小时后相遇, 因为甲比乙晚出发 1 小时, 所以甲仅用 0.5 小时走了乙用 1.5 小时所用的路程, 所以甲的速度是乙的速度的 3 倍. 设乙的速度为  $x$  km/h, 则甲的速度为  $3x$  km/h, 得:  $(3x-x) \cdot (\frac{7}{3}-1.5) = \frac{100}{3}$ ; 解之得:  $x=20$ , 所以乙的速度为 20 km/h, 甲的速度为 60 km/h;(3) 方法一: ①两地间的距离为  $20 \times 4 = 80$  km, 则丙的速度为  $80 \div \frac{4}{3} - 20 = 40$  km/h, 所以  $s = -40t + 80$ . ②设丙出发  $t$  小时后与甲相遇, 则  $40t + 60(t-1) = 80$ , 解之得  $t = \frac{7}{5}$ ,  $\therefore \frac{7}{5} - \frac{4}{3} = \frac{1}{15}$ ,  $\therefore$  丙与乙相遇后再用  $\frac{1}{15}$  h 与甲相

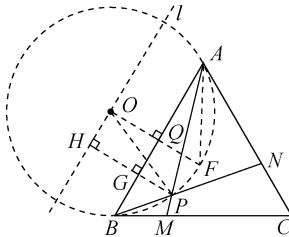
遇. 方法二: ①设  $s=kt+b$ . 当  $t=\frac{4}{3}$  时,  $s=\frac{4}{3} \times 20=\frac{80}{3}$ ; 当  $t=0$  时,  $s=20 \times 4=80$ ; 代入得  $k=-40, b=80$ ,  $\therefore$  丙距 M 地的

路程  $s$  与时间  $t$  的函数关系式为  $s=-40t+80$ ; ②由甲的速度为 60 km/h 且比乙晚出发一小时易得  $s_{\text{甲}}=60t-60$ , 与

$s_{\text{丙}}=-40t+80$  联立  $\begin{cases} s=60t-60, \\ s=-40t+80, \end{cases}$  解得  $t=\frac{7}{5}$ , 即在丙出发

$\frac{7}{5}$  小时后, 甲、丙相遇,  $\because \frac{7}{5} - \frac{4}{3} = \frac{1}{15}$ ,  $\therefore$  丙与乙相遇后再用  $\frac{1}{15}$  h 与甲相遇.

28. 解: (1) 2. (2)  $2\sqrt{5}-2$ .  
(3) 由题意, 知  $\triangle ABM \cong \triangle BCN$ .  $\therefore \angle AMB = \angle BNC$ .  
 $\therefore \angle AMC + \angle BNC = 180^\circ$ .  $\therefore \angle APB = \angle MPN = 180^\circ - \angle ACB = 120^\circ$ . 作  $\triangle APB$  的外接圆  $\odot O$ , 则符合条件的所有点  $P$  都在弦  $AB$  所对的劣弧  $AB$  上.



当点  $P$  运动到  $\widehat{AB}$  的中点  $F$  时, 此时  $\triangle ABP$  面积最大. 过点  $O$  作  $l \parallel AB$ , 作  $PH \perp l$  于点  $H$ , 交  $AB$  于点  $G$ . 连接  $OP, OF$ , 且  $OF$  交  $AB$  于点  $Q$ , 则  $OF \perp AB$ .  $\because OF=OP \geq HP$ , 且  $OQ=HG$ ,  $\therefore QF \geq GP$ . 连接  $AF$ .  $\because$  在  $\text{Rt } \triangle AFQ$  中,  $FQ = \frac{1}{2}AB \tan 30^\circ = \sqrt{3}$ .  $\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ .  $\therefore \triangle ABP$  面积的最大值为  $3\sqrt{3}$ .